

# Chapitre I

## Une physique au-delà du modèle standard : la supersymétrie

### Introduction

Ce chapitre s'articule en quatre parties :

- **Le modèle standard et ses limites** : dans un premier temps, je rappellerai les éléments essentiels du modèle standard en montrant qu'ils peuvent être compris comme étant les reliquats à basse énergie d'une théorie plus fondamentale décrivant la physique aux très hautes énergies. Je préciserai ensuite les limites du modèle standard en insistant sur le problème le plus quantitatif : celui de la hiérarchie de masse.
- **La supersymétrie** : ces limites indiquent l'existence d'une théorie plus fondamentale. Je décrirai alors le cadre général de la solution qui s'est révélée être à la fois la plus cohérente et la plus riche : la supersymétrie.
- **Le MSSM** : cette partie sera plus phénoménologique et présentera l'extension supersymétrique minimale du modèle standard (MSSM).
- **Les neutralinos** : dans cette dernière section je détaillerai le secteur neutralinos du MSSM qui nous concernera plus particulièrement dans notre analyse.

## I.1 Le modèle standard : modèle de basse énergie

Dans cette section, je retracerai les grandes lignes de la démarche qui mène au modèle standard en indiquant comment les éléments du modèle standard peuvent être compris comme ceux d'un modèle de basse énergie.

### I.1.1 Le cadre théorique de la physique des hautes énergies

#### La théorie quantique des champs

La physique des hautes énergies est à la fois quantique (la constante de Planck  $h$  étant l'unité naturelle d'action) *et* relativiste (le facteur  $\gamma$  entrant dans la transformation de Lorentz étant très supérieur à 1).

Dans le cadre de la mécanique quantique, le temps n'est qu'un paramètre des équations (il n'y a pas d'observable temps) alors que la position est un opérateur. Par contre, en relativité, temps et espace sont tous les deux des observables physiques (ils apparaissent sur un même plan lorsqu'on opère une transformation de Lorentz). La théorie décrivant la physique des hautes énergies doit résoudre cette contradiction : temps et espace sont tous les deux des paramètres des équations, c'est en cela que la théorie est une théorie des champs. Elle est relativiste si les équations sont covariantes (les objets de la théorie se transforment comme des scalaires, des vecteurs, des tenseurs... lors d'un changement de référentiel) et elle est quantique si les prédictions se font en terme de probabilité de transition d'un état initial vers un état final. Cette théorie permet alors qu'un état quantique soit décrit par un nombre de particules variable (les expériences de physique des particules prouvent que ce nombre n'est pas conservé).

Les objets de base de la théorie seront donc des opérateurs  $O((\vec{x}, t) \equiv x^\mu)$  construits à partir d'opérateurs de création et d'annihilation et agissant sur des états dont le nombre et le type de particules peut changer au cours du temps, l'évolution étant régie par les  $O(x^\mu)$ .

#### Les champs élémentaires de la théorie

Les différents opérateurs seront construits à partir de :

- champs scalaires  $\phi(x^\nu)$  qui ne se transforment pas lors d'un changement de référentiel (plus précisément qui se transforment sous le groupe constitué par l'identité). Ces champs correspondent à un degré de liberté (un seul type d'opérateurs de création et d'annihilation) et donc à un seul type de particules : les bosons scalaires.
- champs vectoriels  $A^\mu(x^\nu)$  dont les quatre composantes sont des champs scalaires, ils se transforment sous le groupe de Poincaré comme des quadrivecteurs. Trois des quatre composantes sont physiques, ils décrivent donc des particules de spin 1. Lorsque le boson est de masse nulle, l'une des trois composantes n'évolue pas et le champ décrit alors seulement deux degrés de liberté.
- champs tensoriels  $T^{\alpha,\beta,\dots}(x^\nu)$  dont les composantes sont des produits de composantes de champs vectoriels et qui permettent de décrire des particules de spin supérieur à 1 (ces champs ne nous concerneront pas pour la suite).
- champs spinoriels  $\psi(x^\mu)$  : les matrices de Pauli sont des matrices (2,2) dont les relations de commutation sont celles des générateurs des transformations de Lorentz. Il existe donc des objets à deux composantes (les champs de spineurs) qui ne se transforment pas comme les objets précédents sous Lorentz. La dégénérescence associée à ce doublet est levée par l'application de l'opérateur d'hélicité. Ces objets permettent donc de prendre en compte les spin demi-entier, déjà connus par la mécanique quantique, introduits de façon *ad hoc* pour décrire l'expérience de Stern et Gerlach mais dont l'origine se trouve dans la relativité. Les spineurs à quatre composantes (ou bispineurs) décrivent quatre degrés de liberté associés à une particule de spin  $\frac{1}{2}$  et à son antiparticule. Un spineur décrivant un fermion qui est sa propre antiparticule n'aura donc que deux composantes.

## Description lagrangienne

Suivant la description lagrangienne de l'électrodynamique classique, on construit un lagrangien  $\mathcal{L} = \sum_i O_i(x^\mu)$  dont les opérateurs  $O_i(x^\mu)$  s'expriment à partir des champs décrits précédemment. L'action est définie par :

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi_i, \psi_j, A_k^\mu)$$

Les équations du mouvement (qui donnent les champs qui décrivent effectivement l'évolution) sont obtenues à partir du principe de moindre action. Pour chaque degré de liberté présent dans le lagrangien on détermine l'extremum de l'action et on obtient ainsi l'équation du mouvement du degré de liberté correspondant (équation d'Euler-Lagrange) :

$$\partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} = 0$$

Les termes quadratiques dans les champs décrivent les particules libres (terme cinétique et éventuellement un terme de masse). Tous les termes d'ordre supérieur décrivent les interactions entre les particules correspondant aux champs apparaissant dans l'opérateur d'interaction (*i.e.* un état initial constitué de ces particules *peut* évoluer).

Une symétrie du lagrangien est définie par un groupe de transformations  $G$  opérant sur un des champs du lagrangien et laissant inchangée l'action et donc l'équation du mouvement (il suffit en fait que le lagrangien soit changé au plus d'une quadridivergence). A chaque symétrie du lagrangien est associé un quadri-courant conservé obtenu en appliquant le théorème de Noether. Intégrant sur la partie spatiale la coordonnée temporelle du quadricourant, on obtient une grandeur physique ne dépendant que du temps. Si le courant est conservé, cette grandeur est constante : à chaque symétrie du lagrangien est donc associée une grandeur physique conservée. Ce lagrangien peut alors être fixé pour décrire correctement les expériences de hautes énergies et doit donc inclure le spectre des particules observées (partie du lagrangien quadratique dans les champs). De plus, les opérateurs doivent reproduire les interactions observées qui sont caractérisées par des lois de conservation, l'opérateur concerné devant alors présenter la symétrie correspondant à la grandeur conservée.

## Les théories de jauge

La matière étant formée de fermions, on commence par écrire le lagrangien libre décrivant ces particules, les termes les plus simples étant du type :

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi \quad (\text{I.1})$$

où  $m$  est la masse du fermion,  $\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix}$  un bispineur décrivant deux types de fermions,  $\gamma^\mu$  les matrices de Dirac et  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$  le spineur adjoint. Ce lagrangien présente une symétrie globale correspondant à un changement de phase :

$$\psi \rightarrow e^{-i\lambda} \psi \quad (\text{I.2})$$

car  $\bar{\psi}$  se transforme avec une phase opposée liée à la conjugaison hermitique. Le courant conservé est :

$$J_\mu = \bar{\psi} \gamma_\mu \psi$$

Lorsque l'on calcule la quantité conservée associée à cette invariance en utilisant le développement des champs en opérateurs de création et d'annihilation, elle s'avère simplement être égale à la différence entre le nombre de particules que décrit le spineur  $\chi$  et celles décrites par le spineur  $\phi$ . On peut donc utiliser ce lagrangien pour étudier un système constitué de deux types de fermions tels que lorsqu'un fermion de type  $\chi$  est créé un fermion de type  $\phi$  est aussi créé ce qui correspond, par exemple, à un système composé d'électrons et de positons, la grandeur conservée étant alors la charge totale. Cependant, la charge doit être conservée *localement* car si un électron est créé (avec

une incertitude  $\Delta t$  sur l'instant de création) le positon ne peut être créé à une distance supérieure à  $\Delta x \approx c\Delta t$  sans violer la relativité. Pour que la charge soit conservée localement, la phase  $\lambda$  apparaissant dans (I.2) doit pouvoir changer arbitrairement avec la position, ce qui correspond à la transformation :

$$\psi \rightarrow e^{-ie\lambda(x^\mu)}\psi \quad (\text{I.3})$$

où le  $e$  apparaissant dans l'exposant est une constante dont la signification apparaît plus bas. Cette conservation locale de la charge ne peut être maintenue qu'en introduisant dans le lagrangien un champ vectoriel  $A_\mu$  et un opérateur d'interaction :

$$-eA_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu\psi \quad (\text{I.4})$$

avec la *transformation de jauge* du champ  $A_\mu$  :

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu\lambda$$

cette transformation ainsi que la forme de l'opérateur d'interaction sont fixées en sorte qu'elles annulent le terme en  $e\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial^\mu)\lambda\psi$  apparaissant lors de la transformation de jauge dès lors que celle-ci n'est plus globale. On peut aussi intégrer le terme compensateur dans l'opérateur de dérivation  $\partial_\mu$  qui devient :

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$$

$D_\mu$  est appelée dérivée covariante car elle se comporte comme le champ lui-même lors d'une transformation de jauge. Donc, pour assurer la conservation locale de la charge il est indispensable d'introduire un boson de jauge de spin 1 correspondant au champ  $A_\mu$  et interagissant avec les fermions selon le couplage (I.4) ( $e$  est donc la constante de couplage) et qui peut être identifié avec le photon. En effet, le type d'interaction est celui qui est effectivement observé (un photon, un électron, un positon) et  $e$  peut être fixé pour reproduire l'intensité observée de cette interaction. Le dernier élément important est que ce champ  $A_\mu$  ne peut avoir de terme de masse explicite sans briser l'invariance de jauge car un terme en  $\frac{M^2}{2}A_\mu A^\mu$  introduit, lors de la transformation de jauge, un terme en  $M^2A_\mu\partial^\mu\lambda$  qui n'est pas compensé. Dans le cas du photon, ceci correspond effectivement à la portée de l'interaction qui est infinie en électrodynamique classique.

### I.1.2 Qu'est-ce-qu'une théorie effective ?

#### Dimension des opérateurs d'interaction et échelle d'énergie

L'action étant sans dimension, les termes du lagrangien sont du type :

$$g^{[4-d]}O^{[d]}$$

où  $O$  s'exprime en fonction des champs et est de dimension  $[d]$  en unité de masse, le couplage  $g$  étant de dimension  $[4-d]$  afin de rétablir la dimension  $[4]$  du lagrangien. La composition en champs de  $O$  donne le type de particules interagissant et  $g$  l'intensité du couplage.

La constante  $g$  peut s'écrire :

$$g = \frac{1}{\Lambda^{[d-4]}}$$

ce qui permet de faire apparaître explicitement une échelle d'énergie  $\Lambda$ . Les observables sont essentiellement des sections efficaces de dimension  $[-2]$  en unité de masse. Compte tenu des grandeurs dimensionnées dont nous disposons, l'ordre de grandeur de la section efficace du processus décrit par  $O$  sera donné par :

$$\sigma \sim \frac{s}{\Lambda^{[4]}} \quad (\text{I.5})$$

où  $\sqrt{s}$  est l'échelle d'énergie à laquelle est réalisée l'expérience. Si une limite supérieure sur  $\sigma$  est connue, on obtient une limite inférieure sur l'échelle d'énergie à laquelle l'opérateur d'interaction apparaît explicitement dans le lagrangien. Ainsi, si l'on considère la désintégration du proton dans le canal :

$$p \rightarrow \pi^0 e^+$$

elle ne peut être induite que par un opérateur de dimension supérieure à 6 (cette interaction implique deux champs de quark  $u$ , un champ de quark  $d$  et un champ d'électron). L'échelle d'énergie

de l'expérience étant la masse du proton  $m_p$ , l'ordre de grandeur de la largeur du proton dans ce canal est donné par :

$$\Gamma(p \rightarrow \pi^0 e^+) \sim \frac{m_p^5}{\Lambda^4}$$

avec une limite sur la durée de vie du proton de l'ordre de  $10^{31}$  ans cette largeur est inférieure à  $10^{-63}$  GeV et l'échelle d'énergie pouvant induire un tel opérateur est d'au moins  $10^{16}$  GeV.

En résumé, lorsque la constante de couplage d'un opérateur d'interaction est dimensionnée, une énergie  $\Lambda$  lui est associée donnant l'échelle à laquelle l'opérateur apparaît explicitement dans le lagrangien. L'équation (I.5) montre que pour  $\sqrt{s} \ll \Lambda$ , la section efficace correspondant au processus est négligeable. Donc, à basse énergie seuls les opérateurs d'interaction avec une constante de couplage dimensionnée positivement apparaissent dans le lagrangien.

### Qu'observons-nous à basse énergie ?

Les opérateurs d'interaction impliquent des champs au même point d'espace-temps  $x^\mu$  (opérateurs locaux) comme par exemple l'opérateur introduit ci-dessus :

$$\mathcal{L}_{int}^{loc} = e J_\mu(x) A^\mu(x) \quad (\text{I.6})$$

ce qui suppose qu'à toutes les échelles de distances (et donc d'énergie) l'interaction reste ponctuelle. Nous faisons donc, avec ce type d'opérateurs, une hypothèse forte sur la physique aux très hautes énergies dont nous n'avons en fait pas connaissance.

Si cette interaction n'est pas *exactement* locale mais implique les champs sur un domaine  $\Delta$  *petit* (d'extension  $qq$  ( $10^{-20} fm$ )<sup>3</sup> par exemple) avec un facteur de forme  $f(z)$  l'interaction s'écrit alors :

$$\mathcal{L}_{int} = e_0 \int_{\Delta} d^4x J_\mu(x) A^\mu(x-y) f(x-y)$$

et à grande distance (basse énergie) le domaine  $\Delta$  nous apparaît ponctuel, l'interaction étant alors correctement décrite par le lagrangien (I.6). Cependant, il faut prendre en compte l'approximation que nous faisons alors en dissimulant dans la constante  $e$  qui apparaît dans (I.6) toute la partie non ponctuelle (c'est-à-dire à très haute énergie) de l'interaction. Cette constante de couplage dépend alors de l'échelle d'énergie à laquelle on la mesure car l'approximation que nous faisons dépend de la distance à laquelle nous sondons l'interaction.

Si nous parvenons à faire des prédictions, c'est que la forme exacte de l'interaction (*i.e.* le facteur de forme  $f(x^\mu)$ ) n'est pas importante. De telles théories, où les physiques à différentes échelles d'énergie sont suffisamment découplées pour que l'on puisse cacher ce que l'on ne connaît pas dans une dépendance des grandeurs physiques en l'échelle d'énergie sont dites renormalisables.

La constante de couplage mesurée  $e(\Lambda)$  est une fonction de  $e_0$  qui n'est pas connue. Par contre l'évolution de  $e(\Lambda)$  avec  $\Lambda$  est fixée par le lagrangien et ne dépend pas de  $e_0$ , on a alors  $e(\Lambda_1) = F(e(\Lambda_2))$  où la dépendance en  $e_0$  n'apparaît plus et la théorie est alors prédictive puisque la valeur exacte de  $e_0$  n'intervient pas : on a remplacé le fait que l'on ne connaisse pas  $e_0$  (et donc la physique aux très hautes énergies) par une mesure expérimentale de  $e$  à une énergie donnée.

D'après ce que nous avons vu dans la section précédente, si la constante est dimensionnée négativement, l'opérateur correspondant n'apparaît pas dans le lagrangien pour des énergies très inférieures à l'échelle caractéristique donnée alors par la constante de couplage. Une théorie renormalisable ne contient donc pas de constante de couplage dimensionnée négativement.

En conclusion, indépendamment de la forme de la physique à très haute énergie, celle-ci nous apparaît à basse énergie comme une théorie quantique des champs renormalisable avec des paramètres évoluant avec l'échelle d'énergie à laquelle est réalisée l'expérience.

### I.1.3 Les éléments du modèle standard

#### Le secteur leptonique

Nous avons déjà vu (équation (I.1)) la forme du lagrangien libre décrivant les électrons <sup>1</sup> mais deux autres leptons observés expérimentalement doivent être inclus dans le spectre : muon et tau. A chaque lepton est associé un neutrino et un nombre leptonique conservé pour chaque type de lepton (positif pour les particules et négatifs pour les antiparticules). En l'absence de cette loi de conservation, le muon pourrait se désintégrer dans la voie  $\mu \rightarrow e\gamma$  sa durée de vie étant alors considérablement plus courte que celle qui est effectivement mesurée.

Le lagrangien libre doit présenter la symétrie correspondant à cette loi de conservation et il est donc indispensable de rassembler en doublets chaque lepton avec son neutrino (tout comme les spineurs d'un fermion et de son anti-fermion sont rassemblés en un bispineur pour décrire la conservation de la charge électrique). Cependant, seuls les neutrinos d'hélicité négative (et les antineutrinos d'hélicité positive) sont observés expérimentalement (l'hélicité étant la valeur propre de l'opérateur de spin projeté sur l'impulsion). Le groupe de transformation est donc  $SU(2)_L$  le  $L$  signifiant qu'il opère sur des doublets de spineurs d'hélicité négative (il s'agit en fait de la chiralité qui se confond avec l'hélicité dans la limite ultra-relativiste) et les leptons d'hélicité positive sont alors décrits par des spineurs singlets sous  $SU(2)_L$ .

Le secteur leptonique se présente donc sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \nu_L^e \\ e_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^\mu \\ \mu_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^\tau \\ \tau_L \end{pmatrix} ; e_R, \mu_R, \tau_R$$

où chaque lettre désigne le bispineur décrivant la particule correspondante.

#### Le secteur hadronique

Le succès du modèle des quarks se trouve dans sa capacité à reproduire le spectre des hadrons en partant d'un spectre considérablement réduit constitué par les quarks ( $u, d, s$ ) qui sont des particules de charge fractionnaire et portant un nombre baryonique. L'observation dans les expériences de diffusion profondément inélastique de partons constituant le proton et qui peuvent être identifiés avec les quarks a confirmé ce modèle. Ce spectre a été étendu au quark  $c$  afin de résoudre le problème du changement de saveur  $d \leftrightarrow s$  par courant neutre qui n'est pas observé expérimentalement (l'annulation du courant observé lorsque le quark  $c$  est pris en compte constitue le mécanisme de GIM). Le quark  $b$  a ensuite été observé et comme pour le quark  $c$ , l'existence d'un quark  $t$  a été prédite puis récemment observée [1]. L'interaction mettant en jeu les neutrinos est aussi responsable de la désintégration  $\beta$  qui concerne les nucléons et donc les quarks. Il est alors naturel de rassembler ceux-ci en doublets de  $SU(2)_L$  avec toujours des états d'hélicité positive singlets sous  $SU(2)_L$  :

$$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix} ; u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R$$

Pour les quarks, états propres d'interaction (ceux dont les couplages sont spécifiés par la théorie) et états propres de masse (ceux observés par les expériences) ne sont pas confondus car la présence de deux états massifs dans chaque famille autorise un mélange décrit par la matrice CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) :

$$\begin{pmatrix} |V_{ud}| = 0.9754 \pm 0.0005 & |V_{us}| = 0.2205 \pm 0.0018 & |V_{ub}| = 0.005 \pm 0.003 \\ |V_{cd}| = 0.2205 \pm 0.0025 & |V_{cs}| = 0.9743 \pm 0.0008 & |V_{cb}| = 0.046 \pm 0.004 \\ |V_{td}| = 0.012 \pm 0.011 & |V_{ts}| = 0.045 \pm 0.006 & |V_{tb}| = 0.9989 \pm 0.0002 \end{pmatrix}$$

qui est une matrice unitaire proche de la matrice identité ce qui signifie que le mélange entre les familles est faible. Seuls les éléments des deux premières lignes ont été mesurés, les trois autres ayant été déduits de l'unitarité (cette matrice peut être paramétrée en termes de trois angles et une phase complexe).

<sup>1</sup>Dans toute la suite nous appellerons électron, muon, tau indifféremment la particule ou l'antiparticule

### Pourquoi le secteur fermionique du modèle standard est-il chiral ?

Le secteur fermionique du modèle standard est chiral car il présente une invariance sous  $SU(2)_L$  et les fermions droit ne se transforment donc pas comme les fermions gauche. Il a été construit ainsi car l'expérience montre que les fermions gauche et droit n'obéissent pas aux mêmes lois. Cependant, cet état de fait peut se comprendre si l'on admet que le modèle standard est un modèle de basse énergie d'une théorie fondamentale caractérisée par une échelle d'énergie  $\Lambda$  dont nous verrons plus loin qu'un ordre de grandeur est  $10^{15}$  GeV. A basse énergie, le lagrangien effectif contient alors des opérateurs  $O_i^{[d]}$  où  $d \leq 4$  est la dimension de l'opérateur et s'écrit donc :

$$\mathcal{L} = \sum_i \alpha_i \left( \frac{1}{\Lambda} \right)^{d-4} O_i^{[d]}$$

Considérons un fermion du modèle standard avec une masse  $m_f \sim 1$  GeV dont le terme de masse s'écrirait dans le lagrangien effectif  $m_f \bar{\psi} \psi$  :

$$m_f \bar{\psi} \psi = \alpha_f \left( \frac{1}{\Lambda} \right)^{-1} O^{[3]} \quad (I.7)$$

soit  $O^{[3]} = \bar{\psi} \psi$  et  $m_f \sim \Lambda$  et le fermion en question a alors une masse de l'ordre de  $10^{15}$  GeV contrairement à la masse observée. On pourrait choisir de prendre  $\alpha_f$  suffisamment petit pour que  $\alpha_f \Lambda$  soit de l'ordre de grandeur des masses observées mais ceci revient à régler un paramètre sur près de 15 ordres de grandeur !

Même en prenant en compte l'évolution de  $m_f$  avec l'échelle d'énergie, on ne peut maintenir la masse du fermion à une échelle raisonnable car cette évolution est seulement logarithmique. Ce fermion avec un terme de masse explicite dans le lagrangien a donc une masse qui le rend inobservable aux échelles d'énergie auxquelles nous réalisons nos expériences si l'on s'interdit un réglage de paramètre trop fin.

En conclusion, si les fermions du modèle standard ne présentaient pas une invariance sous  $SU(2)_L$  les termes de masse du type (I.7) seraient possibles et ces termes de masse feraient alors sortir les fermions du spectre décrit par le modèle standard. Le secteur fermionique du modèle standard est donc chiral car s'il ne l'était pas il n'y aurait pas de fermions dans le modèle standard.

### Invariances de jauge du modèle standard

Invariance sous  $SU(2)_L \times U(1)_Y$

En plus de son invariance sous  $SU(2)_L$ , le lagrangien du modèle standard présente une invariance sous  $U(1)$  puisque les termes sont du type (I.1). Cependant, la loi de conservation associée à cette invariance ne peut être identifiée avec celle de la charge électrique car les neutrinos auraient alors une charge identique à celle de leurs partenaires.

Ce groupe  $U(1)$  est identifié avec le  $U(1)_Y$  de l'hypercharge faible et une relation du type Gell-Man et Nishijima relie cette hypercharge à la charge électrique  $Q$  :

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}$$

$T_3$  prenant les valeurs  $+\frac{1}{2}$  pour les neutrinos et  $-\frac{1}{2}$  pour leurs partenaires, les valeurs de  $Y$  étant simplement fixées afin de reproduire les valeurs des charges électriques.

Deux des bosons de jauge du  $SU(2)_L$  transportent une charge et sont identifiés avec les bosons  $W^\pm$  médiateurs de l'interaction faible. Le troisième boson est en fait couplé au boson du  $U(1)_Y$  et parmi les deux états propres de masse, celui qui est de masse nulle est identifié avec le photon. Le second état propre est un boson vecteur ne portant pas de charge, le mélange étant caractérisé par l'angle de Weinberg  $\theta_W$ . Ce modèle prédit donc l'existence d'un courant neutre qui fut effectivement observé.

Invariance sous  $SU(3)_C$

Une dernière symétrie concerne uniquement le secteur hadronique du modèle standard, il s'agit du  $SU(3)_C$  de couleur. Chaque quark apparaît sous la forme d'un triplet se transformant sous ce

groupe, ce qui permet de résoudre le problème posé, entre autres, par le  $\Delta^{++}$  de spin  $\frac{3}{2}$  et composé de trois quarks  $u$  ce qui contredit la statistique de Fermi s'il n'existe pas une dégénérescence d'ordre trois. De plus, lorsque l'invariance sous  $SU(3)_C$  est jaugée, les huit bosons de jauge (les gluons) correspondant aux huit générateurs du groupe permettent de décrire l'interaction forte elle aussi comme une théorie de jauge.

### Les masses des bosons de jauge et le mécanisme de Higgs

Afin de respecter l'invariance de jauge, tous les bosons de jauge sont de masse nulle. Ceci est acceptable pour le photon mais pas pour les bosons  $W$  et  $Z$ . En effet, si l'interaction décrite par  $SU(2)_L$  est bien l'interaction faible, on peut interpréter le modèle de Fermi décrivant la radioactivité  $\beta$  par l'élément de matrice :

$$\mathcal{M} = \mathcal{G}_{\mathcal{F}} (\bar{u}_n \gamma^\mu u_p) (\bar{\nu}_e \gamma_\mu e)$$

comme étant un modèle de basse énergie. La constante  $\mathcal{G}_{\mathcal{F}}$  est dimensionnée car  $\mathcal{G}_{\mathcal{F}} \approx \frac{10^{-5}}{m_p^2}$  où  $m_p$  est la masse du proton.  $\mathcal{G}_{\mathcal{F}}$  est alors simplement reliée à la limite à basse énergie du propagateur du  $W$  :

$$\frac{\mathcal{G}_{\mathcal{F}}}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$$

où  $g$  est la constante de couplage du  $SU(2)_L$ .

Comme on a  $g = e/\sin\theta_W$  une estimation de la masse du  $W$  est  $M_W \approx 80$  GeV.

Une masse est fournie à ces bosons par l'introduction *ad hoc* du mécanisme de Higgs. Celui-ci s'appuie sur un doublet de  $SU(2)_L$  constitué de champs complexes (4 degrés de liberté) :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

soumis au potentiel :

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

En choisissant  $\mu^2$  négatif, l'état fondamental  $\Phi_0$  a une valeur moyenne dans le vide non nulle :

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad ; \quad v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$$

Comme le champ de Higgs se transforme sous  $SU(2)_L$ , la partie du champ qui est constituée de l'état fondamental apparaît comme une constante dans le terme  $D_\mu \phi D^\mu \phi$  et donne naissance alors à des termes de masse du type  $\frac{m^2}{2} A_\mu A^\mu$  pour les bosons de jauge où  $A_\mu$  représente un champ de boson  $W$  ou  $Z$ . Les masses des bosons sont alors reliées au potentiel de Higgs par les relations :

$$M_W = \frac{gv}{2} \quad ; \quad M_Z = \frac{gv}{2 \cos\theta_W}$$

où  $g$  est la constante de couplage du  $SU(2)_L$ .

Parmi les quatre degrés de liberté introduits par l'intermédiaire du doublet de Higgs, trois permettent aux bosons  $W^\pm$  et  $Z$  d'acquérir une masse (un boson de masse nulle a seulement deux degrés de liberté correspondant aux deux états d'hélicité alors qu'un boson massif a trois degrés de liberté). Le dernier degré de liberté décrit un boson scalaire massif, le boson de Higgs de masse  $M_H = \sqrt{-2\mu^2}$ .

On dit que la symétrie est alors brisée mais elle est en fait simplement cachée car si elle était réellement brisée on aurait aussi bien pu incorporer dès le départ les termes de masse interdits par l'invariance de jauge. Les termes introduits sont bien invariants de jauge sous  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , c'est simplement l'état fondamental qui ne présente pas toutes les symétries du lagrangien et c'est par l'intermédiaire de cet état fondamental que les bosons acquièrent une masse. Les termes de masse introduits par le mécanisme de Higgs ne sont donc pas en contradiction avec l'impossibilité d'utiliser des termes en  $\frac{M^2}{2} A_\mu A^\mu$  sans violer les symétries de jauge.

## Les masses des fermions

Le mécanisme de Higgs fournit une masse uniquement aux bosons  $W^\pm$  et  $Z$ , les fermions restant de masse nulle. C'est l'introduction *ad hoc* d'un couplage entre le champ de Higgs et les fermions qui va leur permettre d'acquérir une masse.

### 1. Les masses des leptons

Pour les leptons, le terme de Yukawa s'écrit :

$$\mathcal{L}_{Yuk} = -g_f [\bar{f}_R (\Phi^\dagger l_f) + (\bar{f}_L \Phi) f_R]$$

soit après développement autour de l'état fondamental :

$$\mathcal{L}_{Yuk} = -\frac{g_f v}{\sqrt{2}} \bar{f} f - \frac{g_f}{\sqrt{2}} H \bar{f} f$$

qui inclut un terme de masse pour le fermion  $f$  avec  $m_f = \frac{g_f v}{\sqrt{2}}$  et un terme d'interaction entre le fermion  $f$  et le boson de Higgs  $H$  avec un couplage proportionnel à la masse du fermion. Les termes de Yukawa introduisent donc un paramètre de masse pour chaque fermion et les neutrinos restent sans masse car il n'y a pas de neutrino d'hélicité négative.

### 2. Les masses des quarks

Pour les quarks, le terme de Yukawa est plus complexe car les deux membres du doublet sont massifs. Il est alors indispensable d'utiliser en plus le doublet de Higgs conjugué d'hypercharge faible -1 :

$$\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$$

Pour la première génération de quarks le terme de Yukawa s'écrit alors :

$$\mathcal{L}_{Yuk} = -g_d \left[ (\bar{u}_L \bar{d}_L) \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \right] - g_u \left[ (\bar{u}_L \bar{d}_L) \tilde{\Phi} u_R + \bar{u}_R \tilde{\Phi}^\dagger \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \right]$$

Les masses ainsi introduites sont celles des états propres d'interaction, le passage aux masses des quarks composant les hadrons se faisant à l'aide de la matrice CKM précédemment décrite.

## Les limites du modèle standard

Si le modèle standard est unificateur dans le sens où il décrit dans le même cadre formel toutes les interactions autres que la gravitation, un grand nombre de paramètres ne sont pas prédits :

- 3 constantes de couplages
- 6 paramètres de masse pour les quarks et 3 pour les leptons
- les paramètres  $\lambda$  et  $\mu^2$  du potentiel de Higgs
- trois angles et une phase pour la matrice CKM

Bien que d'ordre esthétique, ce problème indique que le modèle standard n'est qu'un pas vers la théorie ultime décrivant la physique des hautes énergies. En effet, chaque paramètre libre indique un point que le modèle standard n'explique pas. Ainsi, la présence d'un grand nombre de paramètres de masse montre que le modèle standard ne peut expliquer la hiérarchie de masse entre les familles pas plus qu'à l'intérieur d'une même famille. Le fait que les trois constantes de couplages ne soient pas prédites est significatif de ce que le modèle standard n'explique pas la structure en  $SU(2)_L \times U(1)_Y \times SU(3)_C$ . Cependant, nous allons voir que c'est le secteur de Higgs qui présente la faiblesse la plus grave, une faiblesse qui n'est pas d'ordre qualitatif mais quantitative et qui est la raison essentielle du succès de la supersymétrie.

### I.1.4 Le problème de la hiérarchie

Dans cette section, je commencerai par rappeler pourquoi la masse du boson de Higgs ne peut pas prendre des valeurs arbitrairement grandes dans le cadre du modèle standard puis j'indiquerai pourquoi cette contrainte est impossible à maintenir sans régler avec une précision non naturelle la valeur de cette masse.

### Evolution de $\lambda$ avec l'échelle d'énergie

La constante de couplage quadrilinéaire du boson de Higgs  $\lambda$  correspond au vertex  $HH \rightarrow HH$ . L'élément de matrice de ce graphe à l'ordre 1 est alors simplement donné par  $-i\lambda_0$  (où  $\lambda_0$  est la constante apparaissant dans le lagrangien). Au second ordre, il faut prendre en compte le graphe de la figure I.1 qui apporte une contribution divergente à l'élément de matrice car l'impulsion du boson de Higgs dans la boucle peut prendre des valeurs arbitrairement grandes. On peut absorber cette divergence en définissant  $\lambda = f(\lambda_0, \Lambda)$  où  $\lambda$  diverge quand  $\Lambda \rightarrow \infty$ .

L'élément de matrice s'exprime alors en fonction de  $\lambda$  et  $\Lambda$  :

$$\mathcal{M} = -i\lambda \left( 1 + \frac{a}{2} \lambda \ln \frac{s}{\Lambda^2} \right) \quad (\text{I.8})$$

où  $a = \frac{3}{16\pi^2}$  et  $\sqrt{s}$  est l'échelle d'énergie à laquelle est réalisée l'expérience.

L'élément de matrice (I.8) ne doit pas dépendre de l'échelle  $\Lambda$  qui est arbitraire et doit donc être le même lorsqu'on le calcule à deux échelles différentes  $\Lambda_1$  et  $\Lambda_2$ . Pour absorber cette dépendance de l'élément de matrice en l'échelle d'énergie, il est indispensable que  $\lambda$  dépende aussi de l'échelle d'énergie. En effet, l'égalité des éléments de matrice pour deux valeurs  $\Lambda_1$  et  $\Lambda_2$  de  $\Lambda$  :

$$\lambda(\Lambda_1) \left( 1 + \frac{a}{2} \lambda(\Lambda_1) \ln \frac{s}{\Lambda_1^2} \right) = \lambda(\Lambda_2) \left( 1 + \frac{a}{2} \lambda(\Lambda_2) \ln \frac{s}{\Lambda_2^2} \right)$$

peut se réécrire pour deux échelles très proches  $\Lambda_1 \approx \Lambda_2 = \Lambda$  :

$$\Lambda \frac{d\lambda}{d\Lambda} = a\lambda^2 \quad (\text{I.9})$$

qui constitue une équation d'évolution de  $\lambda$  avec l'échelle d'énergie.

Nous retrouvons ainsi ce que nous avons vu dans la section précédente : nous avons dissimulé notre méconnaissance de la physique à très haute énergie dans une dépendance de la constante de couplage en l'échelle d'énergie. Cette dépendance est contrôlée par des équations du type (I.9) appelées *équations du groupe de renormalisation*.

### Une limite supérieure sur la masse du boson de Higgs

La masse du boson de Higgs est donnée par :

$$m_H^2 = \sqrt{-2 \mu_0^2} = \frac{\lambda_0 v^2}{3}$$

C'est en résolvant l'équation (I.9) que l'on détermine l'évolution de  $\lambda$  avec l'échelle d'énergie :

$$\frac{1}{\lambda(\Lambda_1)} = \frac{1}{\lambda(\Lambda_2)} + \alpha \ln \left( \frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} \right) \quad (\text{I.10})$$

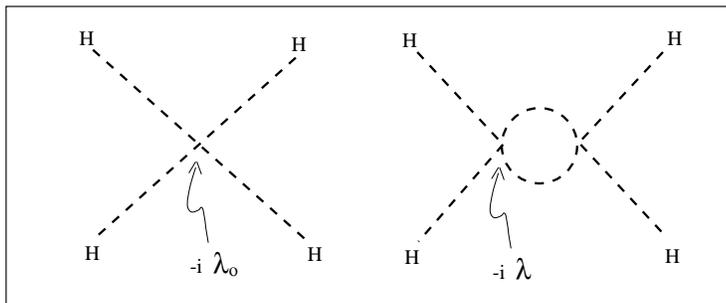


FIG. I.1: *Un exemple de graphe contribuant à l'évolution de la constante de couplage  $\lambda$  avec l'échelle d'énergie.*

avec  $\alpha = 3/(16\pi^2)$  et donc  $m_H$  évolue aussi avec l'échelle d'énergie. Expérimentalement, on appelle masse du boson de Higgs une valeur spéciale de l'échelle d'énergie telle que la masse évaluée à cette échelle soit égale à l'échelle elle-même :

$$m_H^{exp} = \Lambda \quad \text{telle que} \quad m_H(\Lambda) = \Lambda$$

En écrivant la relation (I.10) entre l'échelle de brisure de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  soit  $v = 246$  GeV et une échelle  $\Lambda$  on obtient :

$$\frac{1}{\lambda(v)} = \frac{1}{\lambda(\Lambda)} + \alpha \ln \left( \frac{\Lambda}{v} \right)$$

et en utilisant le fait que  $\lambda$  est positif on obtient une limite supérieure sur  $\lambda(v)$  :

$$\lambda(v) < \frac{1}{\alpha \ln \left( \frac{\Lambda}{v} \right)}$$

et donc sur la masse du boson de Higgs évaluée à l'échelle de brisure électrofaible :

$$m_H < \frac{4\pi}{3} v \sqrt{\ln \left( \frac{\Lambda}{v} \right)} \quad (\text{I.11})$$

Si l'on applique la relation (I.11) à une échelle  $\Lambda = 1$  TeV la limite supérieure sur la masse du boson de Higgs est de l'ordre de 1 TeV ce qui signifie que :

- la relation (I.11) est effectivement applicable jusqu'à 1 TeV, le modèle standard est alors valide jusqu'à 1 TeV et le boson de Higgs a alors une masse inférieure au TeV.
- cette relation n'est pas applicable jusqu'à cette échelle, la validité du modèle standard est alors limitée au TeV et une nouvelle physique doit être mise en évidence en dessous du TeV.

Ce qui précède est limité par le fait que dans l'équation d'évolution (I.10) est seulement pris en compte l'autocouplage du boson de Higgs alors qu'il faudrait aussi prendre en compte le couplage aux autres particules, spécialement au quark top car celui-ci est lourd. Le résultat est alors modifié [2] mais l'essentiel reste vrai : dans le cadre du modèle standard la masse du boson de Higgs est limitée au TeV. Cette limite concerne  $m_H^{exp}$  car  $m_H$  peut évoluer avec l'échelle d'énergie et  $m_H(\Lambda)$  n'est pas borné.

### L'échelle d'énergie de la nouvelle physique

La constante de couplage de la gravitation  $\mathcal{G}_N$  étant dimensionnée négativement, la théorie des champs correspondante n'est pas renormalisable. Ceci signifie que l'échelle d'énergie associée à  $\mathcal{G}_N$ , la masse de Planck  $M_P = 10^{19}$  GeV, est une limite supérieure à l'échelle d'énergie à laquelle on doit rencontrer une nouvelle physique.

Cependant, cette échelle est très probablement inférieure à  $M_P$ . En effet, les trois constantes de couplages du modèle standard évoluent avec l'échelle d'énergie de façon similaire à  $\lambda$ . Cette évolution est telle qu'à une échelle de l'ordre de  $10^{15}$  GeV les trois constantes ont des valeurs très proches ( $\approx \frac{1}{45}$ ). Ceci n'impose pas que les constantes évoluent ensemble au-delà de cette échelle, elles pourraient continuer à évoluer chacune avec une équation différente. Dans ce dernier cas, il faudrait accepter que les constantes de couplage se rencontrent par hasard en un point du plan  $(\Lambda, \alpha)$  et que cette rencontre n'ait aucune signification. La probabilité que trois droites se rencontrent en un même point étant faible, on est amené à penser que cette rencontre des trois constantes de couplages signifie qu'il n'y a réellement plus qu'une seule constante de couplage. S'il n'y a plus qu'une seule constante de couplage qui évolue, un seul groupe de jauge est alors suffisant ce qui correspond à une physique différente de celle du modèle standard. Le fait que cette nouvelle physique soit rejetée à une énergie de  $10^{15}$  GeV est dû à l'évolution lente (logarithmique) des constantes de couplages avec l'échelle d'énergie.

### Evolution de la masse du boson de Higgs avec l'échelle d'énergie

L'évolution de la masse du boson de Higgs avec l'échelle d'énergie est déterminée par les corrections au propagateur et donc par les différents couplages du boson de Higgs. Le boson de Higgs

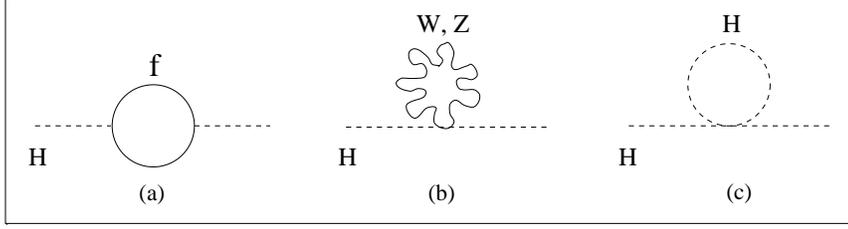


FIG. I.2: Les trois graphes contribuant, à l'ordre le plus bas, à l'évolution de la masse du boson de Higgs avec l'échelle d'énergie.

se couple à lui même, aux fermions et aux bosons de jauge massifs. Les graphes correspondant aux corrections à l'ordre le plus bas pour chaque type d'interaction sont montrés sur la figure I.2. Il existe en fait un graphe avec une boucle de  $H$  à l'intérieur du propagateur correspondant au couplage trilineaire, mais ce graphe étant fini il ne participe pas à l'évolution de  $m_H$  avec l'échelle d'énergie. Comme nous le verrons plus loin, le problème de la hiérarchie est lié à la forme de l'évolution de la masse du boson de Higgs avec l'échelle d'énergie et les contributions des trois graphes de la figure I.2 sont similaires. Je ne décrirai donc que les contributions des graphes (a) et (c) car ce sont les plus simples à calculer.

Le propagateur nu du boson de Higgs est celui d'un champ scalaire de masse  $m_H$  :  $\frac{1}{p^2 - m_H^2}$  où  $p$  est l'impulsion du boson. Pour la diffusion  $HH \rightarrow HH$ , la contribution des ordres supérieurs est divergente, dans le cas du propagateur il en est de même avec les trois graphes de la figure I.2. Pour donner malgré tout un sens à la théorie, nous avons vu qu'il fallait redéfinir les paramètres observés en fonction des paramètres nus et il faut aussi procéder ainsi pour le propagateur, le paramètre qui est redéfini étant alors la masse. La prise en compte de chaque graphe divergent impose une contribution à l'évolution du paramètre dont la forme est donnée par la contribution du graphe lui-même. Ainsi, pour le troisième graphe de la figure I.2, la contribution de la boucle est du type :

$$\sim \int \frac{d^4 k}{k^2 - m_H^2} \quad (\text{I.12})$$

Si l'on coupe l'intégrale (I.12) à une échelle  $\Lambda$  (on doit alors faire évoluer la masse avec l'échelle d'énergie pour compenser cette coupure) celle-ci est simplement proportionnelle à  $\Lambda^2$  (on peut négliger  $m_H$  pour  $\Lambda$  suffisamment grand). Cette contribution est donc celle qui va participer à l'évolution de  $m_H^2$  (la contribution de l'intégrale (I.12) est la contribution au pôle du propagateur qui est égal au carré de la masse).

La contribution du graphe (a) s'écrit :

$$\sim \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 k^2 (p^2 + k^2)} \text{Tr} \left( \frac{1 - \gamma_5}{2} k(p+k) \right)$$

soit en utilisant les formules de trace et la rotation de Wick pour réécrire l'élément d'intégration :

$$\sim \int dk^2 \quad (\text{I.13})$$

A nouveau, si l'on coupe l'intégrale (I.13) à une échelle  $\Lambda$  pour la régulariser elle est proportionnelle à  $\Lambda^2$ . Donc, la prise en compte du graphe (a) va elle aussi faire évoluer le pôle du propagateur du boson de Higgs proportionnellement au carré de l'échelle d'énergie.

On peut donc écrire l'évolution de la masse du boson de Higgs avec l'échelle d'énergie :

$$m_H^2(\Lambda_1) = m_H^2(\Lambda_2) + C_1 (\Lambda_1 - \Lambda_2)^2 + C_2 \ln \left( \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \right) \quad (\text{I.14})$$

Le dernier terme prenant en compte les graphes contribuant à une évolution logarithmique et qui ne posent pas de problèmes car il s'agit d'une évolution lente. Comme la masse du boson de Higgs évaluée à l'échelle électrofaible *doit être inférieure à 1 TeV* et que le modèle standard s'applique

au mieux jusqu'à une échelle de l'ordre de  $10^{15}$  GeV, si l'on applique la relation (I.14) entre  $\Lambda_1 = v$  et  $\Lambda_2 = \Lambda_U = 10^{15}$  GeV on a (en négligeant le terme logarithmique) :

$$(1 \text{ TeV})^2 \approx m_H^2(v) = m_H^2(\Lambda_U) + C_1 (10^{15} \text{ GeV})^2$$

Ce qui implique que les deux termes du membre de droite s'annulent sur près de 24 décimales pour donner un terme de l'ordre de  $(1 \text{ TeV})^2$ . C'est ce problème qui est appelé problème de la hiérarchie de masse ou naturalité ou bien encore problème du réglage fin et dont l'origine se trouve dans :

- la présence d'un boson scalaire élémentaire
- l'absence de nouvelle physique entre deux échelles d'énergie très éloignées

Ce problème montre que l'extrapolation à haute énergie n'est pas possible si l'on n'étend pas le modèle standard à une théorie plus fondamentale et ceci indépendamment du fait que le modèle standard n'inclut pas la gravitation.

## I.2 La supersymétrie

Dans cette section, j'introduirai la supersymétrie à partir d'un modèle simple [3] mais qui a le mérite de mettre en évidence ses caractéristiques essentielles et en particulier la propriété qui permet de résoudre le problème de la hiérarchie. Après avoir décrit cet exemple, je détaillerai un peu plus le formalisme de la supersymétrie sans entrer cependant dans les aspects techniques.

### I.2.1 La supersymétrie à partir d'un exemple simple : l'oscillateur harmonique supersymétrique

#### Quelques rappels sur l'oscillateur harmonique quantique

Le hamiltonien d'un oscillateur harmonique bosonique s'écrit :

$$H_B = \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}\omega_B^2 q^2$$

avec la relation de commutation  $[q, p] = i$ .

L'opérateur de création  $a$  se construit à partir des opérateurs  $p$  et  $q$  :

$$a = \sqrt{\frac{1}{\omega_B}}(p - i\omega_B q)$$

et obéit aux relations de commutation  $[a, a^\dagger] = 1$  et  $[a, a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0$ . Ce qui permet de réécrire le hamiltonien :

$$H_B = \frac{\omega_B}{2} \{a^\dagger, a\} \quad (\text{I.15})$$

où les crochets représentent l'anticommutateur. En utilisant les relations de commutation des  $a$  et l'expression (I.15) du hamiltonien on trouve les valeurs propres  $n_B$  de  $H_B$  qui correspondent aux niveaux d'énergie du système :

$$E_B = \omega_B \left( n_B + \frac{1}{2} \right)$$

où  $n_B$  peut prendre toutes les valeurs entières.

On peut de la même façon construire l'oscillateur harmonique fermionique à partir de l'opérateur de création  $b$  obéissant aux relations de commutation  $\{b, b^\dagger\} = 1$  et  $\{b, b\} = \{b^\dagger, b^\dagger\} = 0$  et le hamiltonien peut alors s'écrire :

$$H_F = \frac{\omega_F}{2} [b^\dagger, b]$$

menant aux niveaux d'énergie :

$$E_F = \omega_F \left( n_F - \frac{1}{2} \right)$$

où  $n_F$  peut prendre uniquement les valeurs 0 ou 1.

#### A quelle condition le système est-il supersymétrique ?

Considérons le système constitué des deux oscillateurs harmoniques. Les niveaux d'énergie du système sont alors donnés par :

$$E = E_B + E_F = \omega_B \left( n_B + \frac{1}{2} \right) + \omega_F \left( n_F - \frac{1}{2} \right)$$

et ce système ne présente en général aucune propriété particulière.

Cependant, si  $\omega_B = \omega_F = \omega$  les niveaux d'énergie du système sont donnés par :

$$E = \omega (n_B + n_F) \quad (\text{I.16})$$

et ce système présente une nouvelle propriété car on peut annihiler un fermion (*resp.* en rajouter un si  $n_F = 0$ ) et créer (*resp.* annihiler) un boson sans changer l'énergie du système. Le système présente donc une dégénérescence et comme toujours en mécanique quantique cette dégénérescence est le signe d'une symétrie du système. Dans le cas présent, il s'agit de la supersymétrie, une symétrie entre bosons et fermions puisque les niveaux d'énergie peuvent rester les mêmes alors que les nombres de fermions et de bosons ont changé. De plus, la relation (I.16) montre que l'état fondamental d'un système supersymétrique a une énergie nulle.

## Les générateurs de la supersymétrie

Cette symétrie correspond à la création d'un fermion et l'annihilation d'un boson (*resp.* la création d'un boson et l'annihilation d'un fermion) le générateur de cette symétrie est donc proportionnel à  $a^\dagger b$  (*resp.*  $ab^\dagger$ ). Pour retrouver les relations de commutation classiques des générateurs de la supersymétrie, il suffit de prendre le coefficient de proportionnalité égal à  $\sqrt{2\omega}$  :

$$Q = \sqrt{2\omega}a^\dagger b \quad ; \quad \bar{Q} = \sqrt{2\omega}ab^\dagger$$

On a  $[Q, H] = [\bar{Q}, H] = 0$  ce qui signifie que les  $Q$  sont bien les générateurs d'une symétrie et le hamiltonien s'exprime simplement en fonction des  $Q$  :

$$H = \frac{1}{2}\{Q, \bar{Q}\} \quad (\text{I.17})$$

Enfin, on a :

$$Q^2 = 2\omega a^\dagger b a^\dagger b = 0 \quad (\text{I.18})$$

puisque l'application de  $b$  à un état déjà occupé par un fermion annihile cet état. De même on a  $\bar{Q}^2 = 0$  puisqu'on annihile deux fois un fermion.

### I.2.2 La supersymétrie en physique des particules

#### Les propriétés de la supersymétrie

- Le vide de la supersymétrie

Nous avons vu que l'état fondamental est d'énergie nulle, ceci signifie en terme de physique des hautes énergies que le vide de la supersymétrie a une énergie nulle. Cette propriété est spécifique à la supersymétrie car en général le vide d'une théorie peut avoir une énergie arbitraire, les fluctuations étant mesurées par rapport à ce vide. Cette propriété a une conséquence immédiate en astrophysique car l'énergie du vide est reliée à la valeur de la constante cosmologique (densité d'énergie du vide). Si le fondamental a une énergie nulle, la constante cosmologique doit être nulle.

- Les masses des partenaires supersymétriques

Pour que la supersymétrie soit réalisée, il faut que  $\omega_B$  soit égal à  $\omega_F$ . Ceci se traduit par le fait que les partenaires supersymétriques doivent avoir des masses égales (les partenaires sont les particules qui se transforment l'une en l'autre sous l'action de  $Q$ ) puisque l'énergie de l'excitation correspond à la masse de la particule créée (ou annihilée). Ceci signifie aussi que le modèle standard n'est pas supersymétrique puisqu'il n'y a pas de boson qui ait la même masse que l'électron par exemple. Nous reviendrons sur ce point lorsque nous décrirons l'extension supersymétrique du modèle standard.

- Une propriété essentielle : l'égalité du nombre de degrés de liberté fermioniques et bosoniques

Si l'on considère un état  $|\lambda\rangle$  d'hélicité  $\lambda$  et qu'on lui applique l'opérateur  $Q$ , l'état est transformé en un état d'hélicité  $\lambda + \frac{1}{2}$ . Si on applique  $Q$  à  $|\lambda + \frac{1}{2}\rangle$  l'état est  $|0\rangle$  puisque d'après (I.18) on a  $Q^2 = 0$ . Donc, à un degré de liberté fermionique (si  $\lambda = \frac{1}{2}$ ) doit être associé un degré de liberté bosonique et à tout degré de liberté bosonique doit être associé un degré de liberté fermionique (si  $\lambda = 0$ ).

En résumé : les partenaires supersymétriques se trouvent dans un multiplet (un supermultiplet) on passe de l'un à l'autre des états du supermultiplet par action de  $Q$  ou  $\bar{Q}$  et ces états sont d'hélicité  $\lambda$  et  $\lambda + \frac{1}{2}$ . De plus, ces états sont de même masse et au sein d'un même multiplet il y a autant de degrés de liberté d'hélicité  $\lambda$  que de degrés de liberté d'hélicité  $\lambda + \frac{1}{2}$ .

#### La supersymétrie et le problème de la hiérarchie

Considérons une théorie supersymétrique avec un boson scalaire élémentaire et des fermions, avec autant de degrés de liberté fermionique que de degrés de liberté bosonique. A chaque graphe de la figure I.2 impliquant une boucle bosonique (graphes  $b$  et  $c$ ) est associé un graphe comprenant une boucle fermionique (graphe  $a$ ). Chaque boucle contribue avec un signe  $+1$  s'il s'agit d'une boucle de boson et avec un signe  $-1$  s'il s'agit d'une boucle de fermion. Si les masses des partenaires

supersymétriques sont égales, les contributions des graphes avec des boucles fermioniques seront exactement compensées par les graphes avec des boucles bosoniques ce qui résout le problème de la hiérarchie. Ces compensations ne sont cependant pas triviales or du formalisme des superchamps.

Le fait qu'un modèle supersymétrique ne contienne pas de divergences quadratiques peut aussi être compris à partir de la connection qui existe entre les secteurs fermioniques et bosoniques. Dans le modèle standard, les fermions et les bosons sont de masse nulle afin de préserver l'invariance de jauge : cette symétrie protège la masse des fermions et bosons de jauge des divergences quadratiques alors qu'aucune symétrie ne protège la masse du boson de Higgs. Or, la supersymétrie assure que les partenaires aient des masses identiques, la symétrie de jauge qui protège la masse des fermions protège donc aussi la masse des scalaires *via* la supersymétrie. Plus généralement, un *petit* paramètre (*i.e.* très petit devant 1) n'est tolérable dans une théorie que s'il est associé à une symétrie qui devient exacte si le paramètre tend vers 0. Ainsi, le rapport de la masse de l'électron à l'échelle d'unification  $m_e/\Lambda_U$  est acceptable car lorsqu'il devient nul la symétrie chirale devient exacte. Par contre, si la masse du boson de Higgs devient nulle, le modèle standard ne présente pas de symétrie supplémentaire : aucune symétrie ne protège la masse des scalaires élémentaires dans le modèle standard.

### Un peu de formalisme

Le modèle standard est basé sur deux classes de symétrie :

- l'invariance de Lorentz qui ne concerne que l'espace-temps et dont les générateurs sont  $P_\mu$  pour les translations et  $M_{\mu\nu}$  pour les rotations.
- les symétries internes qui commutent avec les générateurs de Lorentz et qui agissent sur des multiplets dont les états se transforment les uns dans les autres sous l'action de générateurs qui appartiennent à des groupes de Lie.

La supersymétrie est née en cherchant une symétrie qui ne soit décrite ni par un groupe de Lie ni par les générateurs du groupe de Poincaré. En effet, le théorème de Coleman et Mandula [7] indique que le seul type de symétrie qui corresponde à ces conditions et qui ne viole pas l'unitarité de la matrice  $S$  est la supersymétrie. C'est donc sur des bases purement formelles qu'a été introduite la supersymétrie, son succès étant essentiellement dû à sa capacité à résoudre le problème de la hiérarchie.

L'algèbre de la supersymétrie met en jeu non seulement des commutateurs mais aussi des anticommutateurs comme dans la relation (I.17). Il s'agit donc d'une algèbre plus générale qu'une algèbre de Lie et on parle alors d'algèbre *graduée*. Le générateur  $Q$  de la supersymétrie a quatre composantes car il s'agit d'un objet spinoriel. Pour comprendre pourquoi ce générateur est spinoriel on peut considérer la transformation symbolique :

$$b = Q.f$$

où  $f$  est un champ fermionique et  $b$  un champ bosonique. On a :

$$[b, b'] = 0 \quad ; \quad \{f, f'\} = 0$$

avec  $b' = Q.f'$ . En exprimant le commutateur  $[b, b']$  en fonction de  $Q, f$  et  $f'$  on obtient :

$$\{Q, Q\}ff' = 0 \tag{I.19}$$

qui implique  $\{Q, Q\} = 0$  c'est-à-dire que  $Q$  est un objet spinoriel. En tant qu'objet de spin  $\frac{1}{2}$ ,  $Q$  obéit à la relation de commutation :

$$[Q_r, M^{\mu\nu}] = i\sigma_{rs}^{\mu\nu}Q_s$$

où  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$  et  $(r, s)$  sont des indices spinoriels.

Le générateur  $Q$  n'ayant pas d'indice vectoriel, il commute avec le générateur des translations  $P_\mu$  :

$$[Q_r, P_\mu] = 0$$

Enfin, la relation (I.17) qui liait générateur de la supersymétrie et hamiltonien se généralise en :

$$\{Q_r, \bar{Q}_s\} = -2\gamma_{rs}^\mu P_\mu \quad \bar{Q}_s = (Q^T \gamma^0)_s \quad (\text{I.20})$$

on retrouve en effet la relation (I.17) pour  $\mu = 0$  puisque  $P_0$  est égal au hamiltonien. La relation de commutation (I.20) indique que deux transformations successives de la supersymétrie engendrent une translation. La supersymétrie introduite jusqu'à présent est une symétrie globale et si l'on demande que la supersymétrie soit locale, la relation (I.20) montre que la théorie est invariante sous les transformations de coordonnées généralisées ce qui correspond à la relativité générale. La supersymétrie locale est donc aussi une théorie de la gravitation, on parle alors de *supergravité*.

## I.3 L'extension supersymétrique du modèle standard

Dans cette partie je présenterai l'extension supersymétrique du modèle standard. Je décrirai d'abord le contenu en particules de cette extension puis les couplages des partenaires supersymétriques. Les détails de ces couplages dépendent du modèle, je décrirai alors l'extension supersymétrique du modèle standard la plus compacte : le Modèle Standard Superymétrique Minimal. Cette extension inclut deux brisures de symétrie : la brisure de la supersymétrie et la brisure électrofaible qui ont des conséquences sur le spectre et les couplages des particules du MSSM. Après avoir décrit les modes de ces deux brisures, je reviendrai sur les particules du MSSM afin de préciser le spectre et les couplages des bosons de Higgs et des partenaires supersymétriques qui sont tous deux influencés par les termes de brisure.

### I.3.1 Le contenu en particules

#### Le (plus que) doublement du spectre

Les premiers modèles supersymétriques espéraient simplifier la structure du modèle standard en associant au sein d'un même supermultiplet les bosons de jauge et les fermions. Il est cependant rapidement apparu que ce n'était pas possible pour des raisons essentiellement techniques. En effet, les fermions ne se transforment pas comme les bosons de jauge lors d'une transformation de jauge car les fermions appartiennent à la représentation fondamentale du groupe de jauge alors que les bosons de jauge appartiennent à la représentation adjointe. Pour un groupe de jauge donné contenant  $N$  générateurs, la représentation adjointe est constituée de  $N$  matrices  $(N, N)$  dont les coefficients sont obtenus à partir des constantes de structure du groupe alors que la représentation fondamentale (en fait il peut en exister plusieurs) est constituée de matrices dont la taille est la plus petite possible (mais supérieure à 1 si possible) et qui satisfont les relations de commutation du groupe. Ainsi, pour  $SU(3)$  la représentation adjointe est composée de 8 matrices  $(8, 8)$  (les 8 gluons sont dans cette représentation) alors qu'une représentation fondamentale est par exemple composée des 8 matrices de Gell-Mann qui sont de dimension trois (les trois couleurs de quarks sont dans cette représentation).

Il n'est donc pas possible d'associer au sein d'un même supermultiplet différentes particules du modèle standard. Ceci implique qu'à chaque degré de liberté fermionique (*resp.* bosonique) du modèle standard doit être associé un *nouveau* degré de liberté bosonique (*resp.* fermionique). Le nombre de degrés de liberté est donc doublé par rapport au modèle standard minimal. En réalité, le spectre est plus que doublé car comme nous le verrons plus bas, l'introduction d'un second doublet de Higgs est indispensable. Chaque supermultiplet contient autant de degrés de liberté associés à une particule d'hélicité  $\lambda$  que de degrés de liberté associés à une particule d'hélicité  $\lambda + \frac{1}{2}$ . Si  $\lambda = 0$  on parle de supermultiplet chiral (il contient des bosons scalaires et des fermions de spin  $\frac{1}{2}$ ) et si  $\lambda = \frac{1}{2}$  il s'agit d'un supermultiplet vectoriel (il contient des fermions de spin  $\frac{1}{2}$  et des bosons de spin 1).

#### Les fermions et leurs partenaires supersymétriques

Les partenaires supersymétriques des fermions du modèle standard sont des bosons scalaires. Il pourrait s'agir a priori de bosons vectoriels mais une théorie renormalisable ne tolère des champs vectoriels que s'il s'agit de champs de jauge. Or, les partenaires supersymétriques des fermions ne sont pas des bosons de jauge et ils doivent donc être de spin nul : les fermions font donc partie d'un supermultiplet chiral. Les supermultiplets qui contiennent les fermions se présentent donc sous la forme :

$$\left( \begin{array}{c} l_{L,R} \\ \tilde{l}_L, \tilde{l}_R \end{array} \right) ; \left( \begin{array}{c} q_{L,R} \\ \tilde{q}_L, \tilde{q}_R \end{array} \right) ; \left( \begin{array}{c} \nu_L^l \\ \tilde{\nu}_L^l \end{array} \right)$$

où le tilde au-dessus du symbole d'une particule désigne le partenaire supersymétrique.

Les partenaires supersymétriques des fermions sont appelés *sfermions* (slepton, squark, sneutrino). L'indice  $L$  ou  $R$  pour un sfermion n'a pas de signification liée à l'hélicité puisque ce sont des bosons scalaires, il indique simplement que le champ scalaire est le partenaire supersymétrique de l'état d'hélicité gauche ou droit du fermion.

A chaque fermion  $f$  du modèle standard sont donc associés deux champs scalaires complexes  $\tilde{f}_L$  et

$\tilde{f}_R$  soit au total quatre degrés de liberté, excepté les neutrinos qui n'ont qu'un seul état d'hélicité et ne se donc associés qu'à un seul champ scalaire complexe.

### Les bosons de jauge et leurs partenaires supersymétriques

Les bosons de jauge du modèle standard font nécessairement partie d'un supermultiplet vectoriel (ils pourraient a priori faire partie d'un multiplet dont les superpartenaires sont de spin  $\frac{3}{2}$  mais ceci est interdit si l'on réclame que la théorie soit renormalisable). Dans chaque supermultiplet, le boson de jauge correspond à deux degrés de liberté car les bosons de jauge sont tous de masse nulle (les degrés de liberté apportés par les champs de Higgs se trouvent dans les supermultiplets correspondant). En effet, on ne pourrait inclure dans un même supermultiplet un boson massif de spin 1 et un fermion de spin  $\frac{1}{2}$  car les nombres de degrés de liberté fermionique et bosonique ne sont alors plus égaux. Les supermultiplets vectoriels contenant les bosons de jauge se présentent donc sous la forme :

$$\left( \begin{array}{c} g_i \\ \tilde{g}_i \end{array} \right)_{i=1,8} ; \left( \begin{array}{c} B_0 \\ \tilde{b}_0 \end{array} \right) ; \left( \begin{array}{c} W^\pm, W_0 \\ \tilde{w}^\pm, \tilde{w}_0 \end{array} \right)$$

Les partenaires supersymétriques des champs de jauge sont appelés *jauginos* (gluinos, bino et winos).

### Le secteur de Higgs en supersymétrie

Si les premiers modèles supersymétriques n'ont pas réussi à placer dans un même supermultiplet bosons de jauge et fermions, ils n'ont pas davantage réussi à placer les quatre degrés de liberté scalaires du champs de Higgs dans un supermultiplet comprenant des fermions du modèle standard [6]. En effet, le boson de Higgs neutre doit alors être le partenaire d'un neutrino (sans quoi la conservation de la charge est violée) et ceci induit une violation de la conservation du nombre leptonique trop importante pour qu'un tel modèle soit viable [8]. Le doublet de Higgs du modèle standard fait donc partie d'un nouveau supermultiplet chiral, les partenaires supersymétriques étant alors de nouveaux fermions de spin  $\frac{1}{2}$ , il s'agit des *higgsinos*.

En fait, dans l'extension supersymétrique du modèle standard, l'introduction d'un second doublet de Higgs (et donc d'un second supermultiplet) est indispensable. Deux arguments justifient l'introduction d'un second doublet de Higgs :

#### 1. Les anomalies

Elles sont dues aux graphes du type I.3 qui mettent en jeu un vertex avec un couplage axial et deux vertex avec un couplage vectoriel. Ces graphes ne satisfont pas les identités de Ward et brisent donc la renormalisabilité de la théorie. Dans le modèle standard, les différentes contributions s'annulent exactement rétablissant ainsi la renormalisabilité de la théorie. Or, dans l'extension supersymétrique du modèle standard nous avons introduit de nouveaux degrés de liberté fermioniques. Parmi eux, les winos et bino ne posent pas de problèmes car ils ne contribuent pas à ce type de graphe (nous verrons plus bas les couplages des particules supersymétriques). Par contre, les higgsinos vont apporter une contribution qui n'est pas compensée.

Pour remédier à ce problème, on peut introduire un second doublet de Higgs d'hypercharge faible  $Y=-1$ . Ainsi, la contribution des higgsinos de ce second supermultiplet va compenser celle des higgsinos du premier supermultiplet. En effet, pour qu'il n'y ait pas d'anomalies il suffit que la somme des charges des fermions pouvant circuler dans la boucle du graphe I.3 soit nulle (ce qui impose dans le modèle standard que chaque quark ait trois degrés de liberté correspondant aux trois couleurs). Le choix d'un doublet d'hypercharge faible  $Y=-1$  permet donc de maintenir cette somme nulle comme c'est le cas dans le modèle standard.

#### 2. Limitation par la supersymétrie de la forme des termes de Yukawa

La supersymétrie n'autorise pas tous les termes de Yukawa présents dans le modèle standard. Seul les termes qui sont constitués de produits de champs de même chiralité sont supersymétriques. Un doublet de Higgs dont la valeur moyenne dans le vide est :

$$\Phi_1 = \left( \begin{array}{c} 0 \\ v_1 \end{array} \right)$$

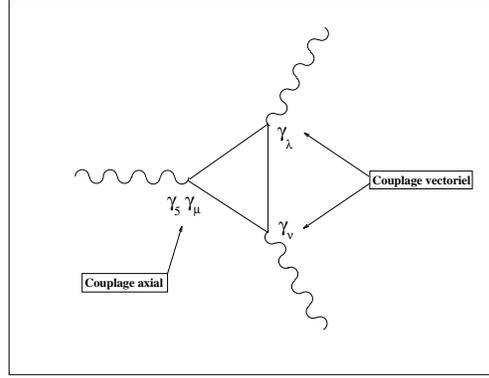


FIG. I.3: Ce processus présente une anomalie si la somme des charges des fermions pouvant circuler dans la boucle n'est pas nulle.

ne peut donc donner de terme de masse qu'aux membres d'un doublet de  $SU(2)_L$  ayant  $T_3 = -\frac{1}{2}$ . Si ceci est acceptable pour le secteur leptonique, ce n'est pas le cas pour le secteur des quarks car les deux membres du doublet sont massifs. Il est donc indispensable d'introduire un second doublet de Higgs dont la valeur moyenne dans le vide est :

$$\Phi_2 = \begin{pmatrix} v_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

afin de pouvoir inclure dans le lagrangien des termes de Yukawa pour les quarks ( $u, c, t$ ).

L'extension supersymétrique du modèle standard comprend donc deux doublets de Higgs :

$$H_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} \quad ; \quad H_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^0 \\ \phi_2^- \end{pmatrix}$$

ainsi que leurs partenaires supersymétriques (deux degrés de liberté fermioniques correspondant à un fermion de charge  $+1$  et deux degrés de liberté correspondant à une charge  $-1$ ). Cette extension supersymétrique du modèle standard est dite minimale si l'on se contente de deux doublets de Higgs. Après avoir décrit la brisure de la symétrie électrofaible en supersymétrie, nous reviendrons sur les aspects phénoménologiques du secteur de Higgs.

### I.3.2 Les interactions

Un lagrangien supersymétrique est constitué d'une *partie chirale* qui s'exprime uniquement en fonction des supermultiplets chiraux et d'une *partie de jauge* qui s'écrit en fonction des supermultiplets chiraux et des supermultiplets vectoriels qui contiennent les bosons de jauge et les jauginos. Je décrirai dans cette partie l'essentiel des interactions qui apparaissent dans le lagrangien, une liste complète des règles de Feynman du MSSM peut être trouvée dans la référence [23].

#### Les interactions chirales

##### – Le superpotentiel

La partie chirale du lagrangien s'appuie sur un ensemble de champs  $(\phi_i, \psi_i)$  où  $\psi_i$  décrit un fermion et  $\phi_i$  ses partenaires supersymétriques scalaires. L'ensemble de cette partie chirale du lagrangien peut être obtenu à partir d'un superpotentiel  $W$  qui s'écrit uniquement en fonction des  $\phi_i$ . Le superpotentiel  $W$  est polynômial dans les  $\phi_i$  et pour que la théorie soit renormalisable, il doit être de dimension trois en unité de masse. Le superpotentiel s'exprime donc en toute généralité :

$$W(\phi_i) = \lambda_{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k + m_{ij} \phi_i \phi_j \quad (\text{I.21})$$

où les  $\lambda_{ijk}$  sont des couplages trilineaires et la matrice  $[m_{ij}]$  contient l'information sur les masses des champs ainsi que leur mélange. Pour  $N$  supermultiplets, il y a  $C_3^N$  couplages et  $\frac{N(N+1)}{2}$  paramètres de masse puisque les champs  $\phi_i$  commutent entre eux. Comme nous allons le voir, le superpotentiel est simplement un outil permettant d'obtenir rapidement les termes du lagrangien.

La partie chirale du lagrangien qui s'exprime à partir de  $W$  contient elle-même deux parties : une partie fermionique qui décrit les interactions des fermions avec les bosons scalaires et une partie scalaire qui décrit les interactions des bosons scalaires entre eux.

– Partie fermionique du lagrangien chirale

La forme la plus générale de cette partie du lagrangien qui soit supersymétrique s'obtient en prenant les termes du type :

$$\mathcal{L}_F(\phi_i, \psi_i) = \frac{\partial^2 W}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \psi_i \psi_j + h.c. \quad (I.22)$$

et permet de retrouver les termes de Yukawa pour les fermions tout en introduisant de nouvelles interactions. Considérons un exemple simple avec les trois champs scalaires  $\phi_1 = \tilde{f}_L$ ,  $\phi_2 = \tilde{f}_R$  et  $\phi_3 = H_0$  et leurs partenaires supersymétriques  $f_L$ ,  $f_R$  et  $\tilde{H}^0$  où le dernier fermion est un higgsino et  $f$  un des fermion massif du modèle standard. Le superpotentiel de ces trois champs s'écrit :

$$W_f = h_f \tilde{f}_L \tilde{f}_R H_0$$

où l'on a défini  $h_f = \lambda_{123}$ . Si l'on calcule la partie fermionique du lagrangien chirale obtenue à partir de  $W_f$  en appliquant (I.22) on trouve :

$$\mathcal{L}_f = \frac{\partial^2 W}{\partial \tilde{f}_R \partial \tilde{f}_L} f_L f_R + \frac{\partial^2 W}{\partial \tilde{f}_R \partial H_0} f_R \tilde{H}^0 + \frac{\partial^2 W}{\partial \tilde{f}_L \partial H_0} f_L \tilde{H}^0 + h.c.$$

soit si l'on explicite ce terme :

$$\mathcal{L}_f = h_f H_0 f_L f_R + h_f \tilde{f}_L f_R \tilde{H}^0 + h_f \tilde{f}_R f_L \tilde{H}^0 + h.c.$$

Le premier terme représente le couplage entre un fermion massif et le boson de Higgs comme dans le modèle standard et les deux autres termes décrivent de nouvelles interactions entre le fermion, le sfermion et le higgsino comme illustré sur la figure I.4. On peut remarquer que pour cette partie du lagrangien on obtient les nouvelles interactions en prenant une interaction du modèle standard et en remplaçant deux des particules par leurs partenaires supersymétriques tout en gardant la même constante de couplage.

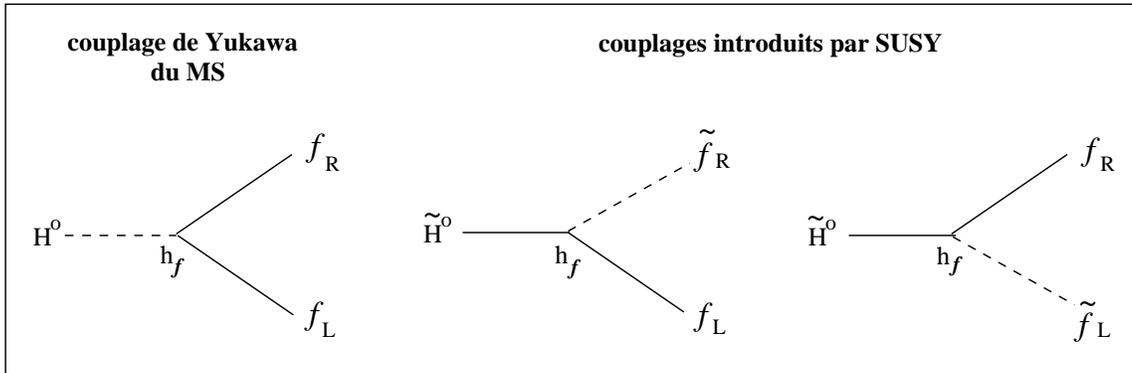


FIG. I.4: Les interactions décrites par un terme de Yukawa supersymétrique.

– Partie scalaire du lagrangien chiral

Cette partie du lagrangien supersymétrique est un potentiel qui ne décrit que les interactions entre bosons scalaires. Elle est généralement appelée *terme F* et s'obtient simplement à partir du superpotentiel :

$$V_{scal}(\phi_i) = \sum_i \left( \frac{\partial W}{\partial \phi_i} \right)^2$$

Pour le cas des trois champs  $(\tilde{f}_L, \tilde{f}_R, H_0)$  le terme F s'écrit :

$$V_{\tilde{f}} = |h_f|^2 (\tilde{f}_R H_0)^2 + |h_f|^2 (\tilde{f}_L H_0)^2 + |h_f|^2 (\tilde{f}_L \tilde{f}_R)^2$$

qui décrit des interactions à quatre bosons scalaires illustrées sur la figure I.5.

On voit que si le terme de Yukawa supersymétrique a rajouté au total cinq nouvelles interactions, il n'y a qu'une seule constante de couplage comme pour le terme de Yukawa du modèle standard.

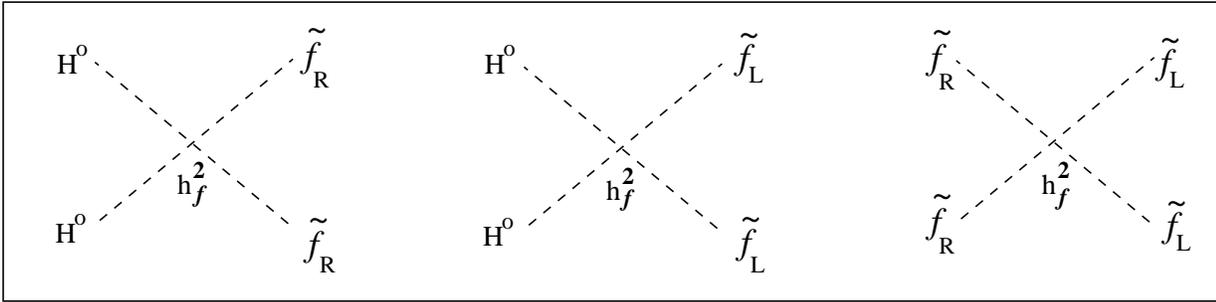


FIG. I.5: Les interactions à quatre bosons scalaires décrites par le terme scalaire du lagrangien chiral.

### Remarque

Le MSSM contient aussi deux bosons de Higgs chargés  $H^+$  et  $H^-$  comme nous le verrons en I.3.4, il existe donc des graphes équivalents à ceux de I.4 et I.5 mais impliquant  $H^+$  et  $H^-$ .

### Les interactions de jauge

Cette partie du lagrangien prend en compte l'invariance de jauge du modèle. On considère donc une théorie comprenant  $N$  supermultiplets vectoriels  $(V_i^\mu, \lambda_i)$  où  $N$  correspond au nombre de générateurs du groupe de jauge, les  $V_i^\mu$  décrivant des bosons de jauge de masse nulle et  $\lambda_i$  les jauginos. La partie chirale est donnée par les supermultiplets  $(\phi_i, \psi_i)$  où  $\psi_i$  représente un fermion (ou un higgsino) et  $\phi_i$  le sfermion correspondant (ou un boson de Higgs). La partie du lagrangien supersymétrique décrivant les interactions de jauge est appelée *terme D*. Son expression est plus technique que celle du lagrangien chiral car elle nécessite l'introduction du formalisme des superchamps que je n'utiliserai pas. Ce lagrangien se trouve explicité dans la référence [4] et je me bornerai à décrire les couplages correspondant qui sont illustrés sur la figure I.6 :

- (a) et (b) : il s'agit des couplages entre plusieurs bosons lorsque le groupe de jauge n'est pas abélien.
- (c) : couplage des fermions aux bosons, c'est pour obtenir ces interactions que l'invariance de jauge est postulée. Ce graphe décrit aussi l'interaction entre un boson de jauge et deux higgsinos.
- (d) : interaction entre deux bosons de jauge et deux sfermions. C'est une version supersymétrique du graphe du modèle standard qui décrit une interaction à deux bosons de jauge et deux bosons de Higgs.

- (e) : interaction entre un boson de jauge et deux sfermions, c'est la version supersymétrique du graphe (c).
- (f) : interaction entre un boson de jauge et deux jauginos.
- (g) : interaction jaugino-fermion-sfermion.
- (h) : vertex à quatre bosons scalaires

A ces graphes, il faut rajouter les vertex  $HV_1^\mu V_2^\mu$ ,  $HHH$  où  $H$  désigne un boson de Higgs neutre ou chargé et  $V_i^\mu$  les bosons de jauge.

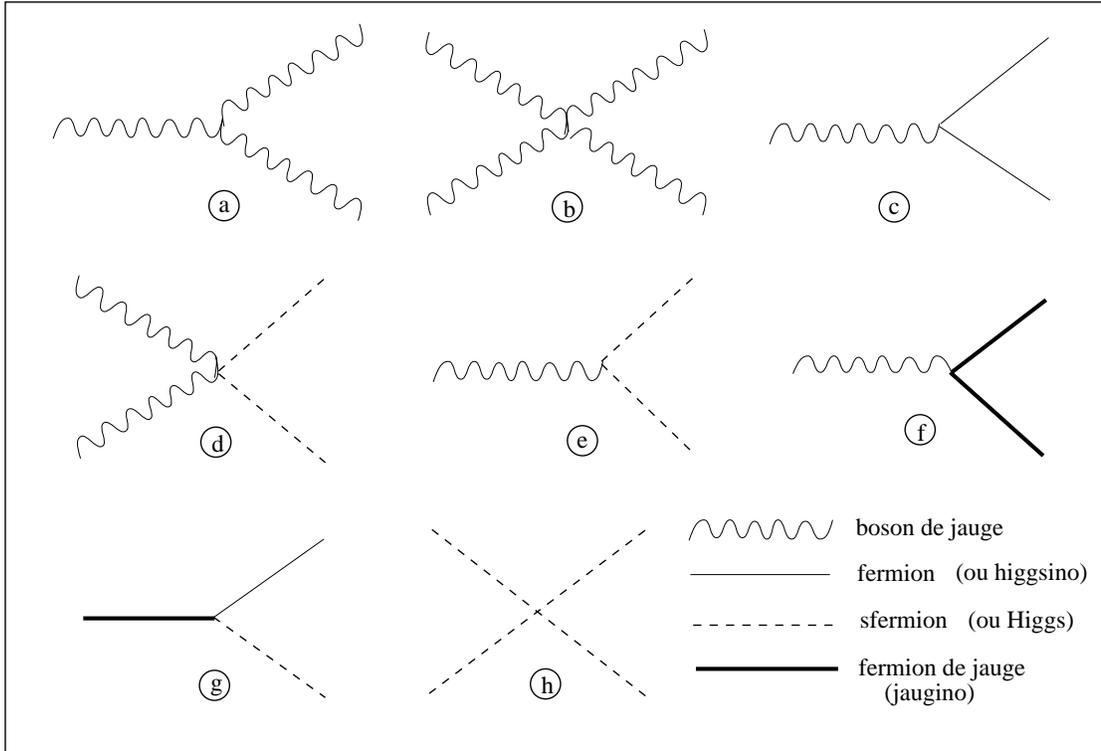


FIG. I.6: Les interactions entre bosons de jauge, fermions, sfermions et jauginos liées à l'invariance de jauge.

## Le superpotentiel du MSSM

Après avoir décrit la forme générale du lagrangien supersymétrique, je vais préciser la forme du superpotentiel dans le MSSM (la partie de jauge est contrainte par le choix des groupes de jauge). Le superpotentiel  $W_{MSSM}$  du MSSM n'inclut qu'une partie de tous les termes possibles :

$$W_{MSSM} = \sum_{\text{saveurs}} (h_u \tilde{Q}_L \tilde{u}_R H_2 + h_d \tilde{Q}_L \tilde{d}_R H_1 + h_e \tilde{L} \tilde{e}_R H_1) + \mu H_1 H_2 \quad (I.23)$$

où  $\tilde{Q}_L$  (*resp.*  $\tilde{L}_L$ ) désigne le doublet de squarks (*resp.* de sleptons) correspondant à la saveur. La première ligne correspond à l'extension minimale des termes de Yukawa du modèle standard ( $h_u, h_d$  et  $h_e$  sont en toute généralité des matrices  $(3, 3)$  dans l'espace des saveurs afin d'inclure un mélange entre les générations). Ces termes sont donc des termes de masse pour les fermions et leurs partenaires supersymétriques. Le seul terme supplémentaire par rapport à un choix minimal est le terme  $\mu H_1 H_2$  qui fournit une masse aux higgsinos. Ce terme est indispensable pour éviter la présence d'une invariance supplémentaire (symétrie de Peccei-Quinn). En effet, si celle-ci est

Particule	B	L	S	$R_p$
quark	1/3	0	1/2	+1
squark	1/3	0	1/2	-1
lepton	0	1	1/2	+1
slepton	0	1	0	-1
boson de jauge	0	0	1	+1
jaugino	0	0	1/2	-1
boson de Higgs	0	0	0	+1
higgsino	0	0	1/2	-1

TAB. I.1: Valeurs des R-parités des différentes particules du MSSM

réalisée, lorsque le champ de Higgs acquiert une valeur moyenne dans le vide non nulle, la théorie contient un axion de Weinberg-Wilczek de masse  $m_{axion} \approx 0.1$  MeV interagissant semi-faiblement avec la matière et qui est donc expérimentalement exclu.

Il faut remarquer que ce choix de superpotentiel rejette tout terme qui viole la conservation du nombre leptonique  $L$  ou du nombre baryonique  $B$ . La forme générale du superpotentiel donnée par l'expression (I.21) autorise en effet des termes du type :

$$\tilde{u}_R \tilde{d}_R \tilde{d}_R ; \tilde{Q}_L \tilde{L} \tilde{d}_R ; m \tilde{L} H_2 ; \tilde{l}_L \tilde{L} \tilde{e}_R \quad (\text{I.24})$$

mais aucun de ces termes ne conserve séparément  $B$  et  $L$ . Ce choix du MSSM évite d'introduire des termes d'interaction dont il faudrait régler finement les couplages pour qu'ils ne soient pas en contradiction flagrante avec les observations comme celle de la durée de vie du proton. De plus, le seul terme bilinéaire qui soit à la fois invariant sous  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  et respecte la conservation de  $B$  et  $L$  est  $\mu H_1 H_2$  ce qui explique que l'expression (I.23) du superpotentiel ne contienne pas d'autre terme bilinéaire.

### Une conséquence du choix de $W_{MSSM}$ : la conservation de la R-parité

Lorsque l'on désire imposer une forme restrictive au lagrangien, la solution la moins arbitraire consiste à le faire par l'intermédiaire d'une symétrie. Pour un modèle supersymétrique, il est possible d'imposer à la fois la conservation de  $B$  et  $L$  à l'aide d'un nombre  $R_p$  conservé multiplicativement et défini par :

$$R_p = (-1)^{(3B+L+2S)}$$

Les antiparticules ont la même R-parité que les particules puisque le changement de  $B$  ou  $L$  en leur opposé laisse  $R_p$  inchangée.

Le tableau I.1 donne les R-parités des différentes particules du MSSM. Ce tableau montre que les particules du modèle standard (quarks, leptons, bosons de jauge ou de Higgs) ont une R-parité égale à +1 et leurs partenaires supersymétriques (squarks, sleptons, jauginos et higgsinos) ont une R-parité égale à -1.

Quand la R-parité est conservée, une interaction n'est possible que si le produit des R-parités des particules impliquées est égal à +1 (ce ne peut être -1 sinon les interactions du modèle standard ne seraient pas autorisées). Ceci montre que les termes du type (I.24) sont effectivement interdits si la R-parité est conservée. De plus, on tire les deux aspects phénoménologiques essentiels du MSSM :

- Les partenaires supersymétriques sont produits par paires
- La particule supersymétrique la plus légère est stable

Bien qu'il soit possible d'inclure des termes violant la R-parité, le MSSM fait l'hypothèse que ceux-ci sont absents. Si la R-parité est violée, bien que la plus grande partie du lagrangien soit inchangée, la phénoménologie est complètement modifiée. Nous nous placerons pour toute la suite dans le cadre classique du MSSM et nous supposerons donc la R-parité conservée.

### I.3.3 La brisure de la supersymétrie

#### La brisure de la supersymétrie et les masses des partenaires supersymétriques

Le système simple de l'oscillateur harmonique nous a montré qu'une théorie supersymétrique impose aux partenaires d'un supermultiplet d'avoir des masses identiques. Cependant, les partenaires supersymétriques du modèle standard n'ont pas été observés et la supersymétrie n'est donc pas une symétrie exacte aux échelles d'énergie auxquelles nous faisons nos expériences. La supersymétrie doit donc être brisée quitte à être rétablie aux très hautes énergies tout comme la symétrie  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  est rétablie à des échelles d'énergie très supérieures à  $v$  car on peut alors prendre  $v = 0$ . Dans toute extension supersymétrique du modèle standard, il faut donc inclure la brisure de cette symétrie et chaque mode de brisure constitue un modèle spécifique prédisant un certain spectre de masse. Le contenu minimal en champs de la partie purement supersymétrique ainsi que les couplages sont par contre spécifiés indépendamment du modèle. L'observation des partenaires supersymétriques dira si la supersymétrie est réalisée mais c'est la détermination précise de leur spectre qui discriminerait entre les modèles.

Si les masses des partenaires supersymétriques sont relativement libres, elles ne peuvent cependant pas être trop grandes au risque de réintroduire le problème de la hiérarchie. En effet, la supersymétrie résout le problème de la hiérarchie car dans les boucles des graphes de la figure I.2, pour chaque degré de liberté  $d_{ms}$  du modèle standard il y a un degré de liberté partenaire supersymétrique  $d_{susy}$  qui contribue avec un signe opposé. La contribution de  $d_{susy}$  ne compense exactement celle de  $d_{ms}$  que si les masses des partenaires sont égales. Si les masses des deux partenaires  $M_{susy}$  et  $M_{ms}$  ne sont pas égales, il y a une contribution à l'évolution de  $m_H^2$  avec l'échelle d'énergie qui est proportionnelle à  $(M_{susy}^2 - M_{ms}^2)$  comme l'indique un simple argument dimensionnel avec un coefficient de proportionnalité de l'ordre de la constante de couplage  $\alpha$  entre les deux champs et le boson de Higgs (à un facteur  $\frac{1}{\pi}$  près). L'évolution de la masse du boson de Higgs (ou plutôt des bosons de Higgs) est alors de la forme :

$$m_H^2(\Lambda_1) = m_H^2(\Lambda_2) + \frac{\alpha}{\pi}(M_{susy}^2 - M_{ms}^2) \quad (I.25)$$

où les termes d'évolution logarithmiques n'ont pas été écrits.

Si l'on utilise l'équation d'évolution (I.25) entre  $v$  et  $10^{15}$  GeV, pour que le problème de la hiérarchie ne se pose pas, c'est-à-dire que  $m_H$  soit naturellement de l'ordre de 1 TeV, il faut que les deux termes de droite soient du même ordre de grandeur et donc de l'ordre de grandeur du membre de gauche soit  $(1 \text{ TeV})^2$ . On a donc :

$$|M_{susy}^2 - M_{ms}^2| < (1 \text{ TeV})^2$$

Cette prédiction très forte est aussi à l'origine du succès de la supersymétrie. En effet, la supersymétrie ne prédit pas précisément le spectre de masse mais si l'on est capable de rechercher les particules supersymétriques jusqu'à des masses de l'ordre de 1 TeV, on pourra affirmer si c'est bien la supersymétrie qui résout le problème de la hiérarchie.

#### Les modes de brisure de la supersymétrie

Il existe deux modes de brisure de la supersymétrie :

##### 1. Brisure explicite

Ce mode de brisure consiste en fait à ne pas faire d'hypothèse précise sur le mode de brisure et à introduire à la main dans le lagrangien des termes qui ne sont pas supersymétriques. Cependant, ces termes ne doivent pas faire réapparaître le problème de la hiérarchie et ne doivent donc pas conduire à des divergences quadratiques, on dit alors que ces termes brisent la supersymétrie de façon *douce*. Bien que peu satisfaisant formellement, ce mode de brisure permet de construire des modèles phénoménologiquement viables.

Les termes de brisure douce ont été recensés [11] et comprennent des termes de masse pour les scalaires, des termes de masse pour les fermions des multiplets vectoriels (c'est-à-dire les jauginos) mais pas pour les fermions chiraux, des couplages trilineaires proportionnels aux termes de Yukawa du superpotentiel ainsi que des couplages bilinéaires (mais pas quartiques)

entre scalaires. Le lagrangien de brisure peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Brisure\ de\ SUSY} = & \sum_{i,j} m_{ij}^2 \phi_i^* \phi_j + \sum_{\alpha=1,2,3} M_\alpha \bar{\psi}_\alpha \psi_\alpha \\ & + \sum_{saveurs} ( A_u h_u \tilde{Q}_L \tilde{u}_R H_2 + A_d h_d \tilde{Q}_L \tilde{d}_R + A_e h_e \tilde{L} \tilde{e}_R ) \end{aligned} \quad (I.26)$$

C'est dans cette partie du lagrangien que le nombre de nouveaux paramètres est le plus important (de l'ordre de la centaine). La phénoménologie de la supersymétrie est alors inextricable si l'on ne fait pas quelques hypothèses simplificatrices. Nous verrons plus bas que ces hypothèses sont en fait des hypothèses d'unification à haute énergie.

## 2. Brisure spontanée

Ce mode de brisure consiste à copier le mode de brisure de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  dans le modèle standard en brisant la supersymétrie spontanément. Nous avons vu que le vide de la supersymétrie est d'énergie nulle et pour briser spontanément la supersymétrie il suffit donc que l'énergie du vide soit non nulle. Tout comme pour la brisure de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , il faut alors s'attendre à la présence d'une particule de Goldstone. Lorsque c'est un groupe de Lie qui est brisé, il s'agit d'un boson de Goldstone, dans le cas de la supersymétrie les générateurs n'obéissent pas à des relations de commutation mais à des relations d'anticommutation et la particule de Goldstone est alors un fermion appelé goldstino. Ce goldstino fait partie d'un multiplet chiral ou vectoriel selon que la brisure a lieu dans la partie chirale (on parle alors de brisure de *type F*) ou dans la partie vectorielle (on parle alors de brisure de *type D*). Bien qu'esthétiquement plus satisfaisante que la brisure explicite, la brisure spontanée a plus de difficultés à produire des modèles phénoménologiquement viables.

De plus, la brisure spontanée correspond à une énergie du vide non nulle et cette densité d'énergie du vide s'interprète en cosmologie comme une constante cosmologique. Un modèle complètement supersymétrique (densité d'énergie du vide nulle) est en accord avec les observations (la constante cosmologique  $\Lambda$  est limitée par  $\sqrt{\Lambda} = 10^{-42}$  GeV). Cependant, la supersymétrie est brisée et l'échelle de brisure est au moins de 100 GeV (compte-tenu des résultats du LEP nous savons qu'il faut aller à des énergies supérieures pour observer les partenaires supersymétriques). L'échelle naturelle de la densité d'énergie du vide est l'échelle de brisure elle-même et la constante cosmologique correspondante est  $10^{50}$  fois plus grande que la limite observationnelle. Ce désaccord colossal est la faiblesse la plus importante du MSSM (et en fait de toutes les théories en physique des particules).

## Brisure de SUSY induite par la gravitation

### 1. Le lagrangien de brisure et le rôle du secteur caché

Nous venons de voir que sur les deux modes de brisure, le premier permettait de construire facilement des modèles viables mais n'était pas très satisfaisant esthétiquement alors que le second l'était davantage mais qu'il n'est alors pas aisé d'en déduire la phénoménologie à basse énergie. Dans le cadre même du MSSM, il existe de nombreux choix possibles mais la plupart des modèles se basent sur une brisure qui est un amalgame de ces deux modes.

L'ensemble des termes de brisure possible est réduit à un choix minimal incluant des termes de masse pour les scalaires et les jauginos et un terme quadratique pour les champs de Higgs proportionnel au terme qui apparaît dans le superpotentiel :

$$\mathcal{L}_{Bris.\ MSSM} = \sum_{saveurs} ( A_u h_u \tilde{Q}_L \tilde{u}_R H_2 + A_d h_d \tilde{Q}_L \tilde{d}_R + A_e h_e \tilde{L} \tilde{e}_R ) \quad (I.27)$$

$$+ B\mu H_1 H_2 \quad (I.28)$$

$$+ \sum_{\alpha=1,2,3} M_\alpha \bar{\psi}_\alpha \psi_\alpha + \sum_i m_i^2 |\phi|^2 \quad (I.29)$$

La raison pour laquelle les deux premières lignes de ce lagrangien de brisure sont simplement proportionnelles à des termes du superpotentiel (les termes de Yukawa pour la première ligne et le terme bilinéaire dans les champs de Higgs pour la seconde) trouve son origine dans la possibilité que la supersymétrie soit brisée dans le secteur de la gravité. Ce mode

de brisure suppose qu'il existe des champs qui n'interagissent avec ceux du MSSM que par l'intermédiaire de la gravitation (ce sont des singlets sous les différentes transformations de jauge du modèle standard). Ces champs interagissent très faiblement avec le secteur  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  dès que l'échelle d'énergie est de quelques ordres de grandeurs inférieure à  $M_{Planck}$  (ils font alors partie du *secteur caché*). L'état fondamental du secteur caché n'est pas supersymétrique et le fermion de Goldstone, appelé *gravitino*, a un spin  $\frac{3}{2}$  car c'est le partenaire supersymétrique du graviton qui est de spin 2 (les champs de jauge de la gravitation sont tensoriels et décrivent donc des particules de spin 2). La supersymétrie est brisée si le graviton n'a pas la même masse que le gravitino puisqu'ils sont partenaires supersymétriques. Cette brisure est induite sur le secteur visible puisqu'il y a interaction gravitationnelle avec des termes de masse pour les scalaires et les jauginos (termes I.29) et des termes d'interaction simplement proportionnels à ceux du superpotentiel (termes I.27 et I.28) d'où la forme du lagrangien de brisure. On peut remarquer que les termes ainsi introduits sont proches des termes (I.26) introduits lorsqu'un mode de brisure explicite est choisi.

## 2. Les conséquences unificatrices (et simplificatrices)

Comme les interactions gravitationnelles ne voient pas la différence entre les saveurs, il faut s'attendre à ce que les particules aient des masses identiques à une échelle d'énergie entre l'échelle d'unification et l'échelle de Planck. Par contre, les scalaires et les jauginos n'ont pas de raison en général d'avoir la même masse et on s'attend donc à ce que les scalaires d'une part et les jauginos d'autre part aient des masses identiques à l'échelle d'unification  $\Lambda_U$  :

$$m_i(\Lambda_U) = m_0 \quad ; \quad M_1(\Lambda_U) = M_2(\Lambda_U) = M_3(\Lambda_U) = m_{1/2}$$

où  $m_0$  est la masse commune des scalaires à l'échelle d'unification et  $m_{1/2}$  celle des fermions (certains modèles réduisent encore les paramètres de masse en supposant  $m_0 = m_{1/2} = m_{3/2}$  la masse du gravitino) et  $M_1, M_2, M_3$  sont les masses des jauginos de  $U(1)_Y, SU(2)_L$  et  $SU(3)_C$  respectivement. Les termes apparaissant dans le lagrangien de brisure qui sont proportionnels à ceux du superpotentiel auront un facteur de proportionnalité qui sera le même pour les différentes familles puisque la brisure de la supersymétrie est aveugle à la distinction entre les familles. On a alors unification des couplages trilineaires :

$$A_i(\Lambda_U) = A$$

Il faut remarquer que les bosons de jauge et les fermions restent pour l'instant de masse nulle, ils n'acquièrent une masse qu'après la brisure de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ .

On voit que l'intérêt du modèle est que tout en utilisant la brisure spontanée de SUSY, les termes de brisure restent relativement libres et permettent de construire des modèles viables (les détails du secteur caché ne jouent pas de rôle dans la forme générale des termes de brisure).

## 3. Les conséquences à l'échelle électrofaible

A basse énergie, les particules auront des masses différentes car elles évolueront différemment avec l'échelle d'énergie selon leurs couplages et il est ainsi possible de reproduire un spectre riche à basse énergie avec seulement quelques paramètres définis à haute énergie. La partie qui reproduit le spectre à basse énergie est assez dépendante du modèle et c'est l'expérience qui permettra de confirmer ou infirmer les modèles.

L'évolution de  $M_1, M_2$  et  $M_3$  étant régie par les couplages des jauginos (qui sont aussi ceux des bosons de jauge) l'évolution des  $M_i$  avec l'échelle d'énergie sera de la même forme que l'évolution du couplage  $\alpha_i$  du groupe de jauge correspondant :

$$\frac{M_i(\Lambda)}{\alpha_i(\Lambda)} = \frac{m_{1/2}}{\alpha_i(\Lambda_U)}$$

Ce qui donne, si l'on applique cette relation à l'échelle électrofaible [15] :

$$M_3 = \frac{\alpha_s}{\alpha} \sin^2 \theta_W \quad M_2 = \frac{3}{5} \frac{\alpha_s}{\alpha} \cos^2 \theta_W \quad M_1$$

où  $\alpha_s$  est la constante de couplage fort,  $\alpha$  la constante de structure fine et  $\theta_W$  l'angle de Weinberg avec  $SU(5)$  comme groupe d'unification.

Numériquement, on a la relation approchée :

$$M_3 \simeq 4 M_2 \simeq 8 M_1$$

Pour la suite nous utiliserons le paramètre :

$$M \equiv M_2$$

qui sera un paramètre fondamental du secteur jaugino.

Si les paramètres de masse des jauginos sont déterminés de façon relativement univoque dès que l'on se place dans le cadre du MSSM avec brisure de supersymétrie dans le secteur gravitationnel, il n'en est pas de même pour les masses des scalaires qui sont très variables selon les modèles. Il est cependant possible d'avoir des prédictions pour l'ensemble du spectre à partir d'un lot réduit de paramètres et d'hypothèses raisonnables. Nous reviendrons sur ce point après avoir introduits les autres paramètres qui entrent dans la détermination du spectre des scalaires.

### Conclusion

Le MSSM avec brisure de SUSY dans le secteur caché de la gravitation permet tout à la fois de prendre en compte des termes de brisure explicites dans le lagrangien tout en leur donnant une origine dans la brisure spontanée de la supersymétrie. Le nombre de paramètres est considérablement réduit par rapport à un lagrangien de brisure général puisque notre ignorance du contenu du secteur caché est paramétrisée par les masses :

$$m_{1/2}, m_0, B, A \text{ et } \mu$$

#### I.3.4 La brisure de la symétrie électrofaible dans le MSSM

Dans cette section, je décrirai le mode de brisure de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  puis les conséquences sur le secteur de Higgs : masses et couplages des bosons de Higgs dans le MSSM.

##### Brisure radiative de $SU(2)_L \times U(1)_Y$

Après brisure de la supersymétrie, les scalaires ainsi que les jauginos et les higgsinos sont massifs mais les fermions du modèle standard ainsi que les bosons de jauge restent sans masse, il est donc indispensable de briser la symétrie  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Le potentiel de brisure est en fait déjà inclus dans le lagrangien du MSSM. En effet, si l'on extrait du lagrangien supersymétrique les termes impliquant les composantes neutres des doublets de Higgs  $\phi_1^0$  et  $\phi_2^0$  on trouve :

$$V(\phi_1^0, \phi_2^0) = m_1^2 |\phi_1^0|^2 + m_2^2 |\phi_2^0|^2 + B\mu(\phi_1^0\phi_2^0 + h.c.) + \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} (|\phi_1^0|^2 - |\phi_2^0|^2)^2 \quad (\text{I.30})$$

où  $g_1$  est la constante de couplage de  $U(1)_Y$  et  $g_2$  celle de  $SU(2)_L$ . Les deux premiers termes sont du type (I.29) le suivant est le terme (I.28) et le dernier se trouve dans la partie de jauge du lagrangien que nous n'avons pas explicitée. On peut remarquer que le terme quartique dans les champs est donné par les constantes de couplages  $g_1$  et  $g_2$  alors que c'est un paramètre libre dans le modèle standard. On peut donc s'attendre à ce que le MSSM puisse faire des prédictions sur les masses des bosons de Higgs, ce qui n'est pas le cas du modèle standard. Les masses physiques sont obtenues en diagonalisant la matrice des couplages quartiques de (I.30) :

$$m_{H_1}^2 = m_1^2 + \mu^2 \quad ; \quad m_{H_2}^2 = m_2^2 + \mu^2$$

et ce sont ces masses qui sont égales à l'échelle d'unification :

$$m_{H_1}^2(\Lambda_U) = m_{H_2}^2(\Lambda_U) = m_0^2$$

Comme le champ  $H_1$  se couple aux quarks de type  $(d, s, b)$  et  $H_2$  aux quarks  $(u, c, t)$  les masses vont évoluer différemment lorsqu'on les évalue à l'échelle électrofaible. Le point important est que les

couplages de Yukawa contribuent positivement à l'évolution de  $m_1^2$  et  $m_2^2$  lorsque l'échelle d'énergie augmente et cette évolution est régie par  $m_Q^2$  où  $m_Q$  est la masse du quark qui se couple au champ de Higgs. Donc, lorsque l'on descend depuis l'échelle d'unification jusqu'à l'échelle électrofaible,  $m_1^2$  et  $m_2^2$  vont diminuer et comme  $H_2$  se couple au quark top qui est beaucoup plus lourd que les autres quarks,  $m_2^2$  va diminuer beaucoup plus rapidement et le résultat remarquable est que  $m_2^2(v)$  devient *négatif* et le potentiel (I.30) admet alors un minimum pour des champs de Higgs qui ont tous les deux des valeurs moyenne dans le vide qui sont non nulles brisant ainsi la symétrie  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Contrairement au modèle standard qui force le paramètre  $\mu^2$  du potentiel de Higgs à être négatif, la brisure électrofaible est déclenchée naturellement dans le cadre du MSSM et on parle alors de brisure *radiative*.

### Le spectre des bosons de Higgs

Lorsque la symétrie  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  est brisée, on peut développer les champs de Higgs autour de leur minimum :

$$H_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1^a + i\phi_1^b) \end{pmatrix} \quad H_2 = \begin{pmatrix} v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_2^a + i\phi_2^b) \\ \phi_2^- \end{pmatrix} \quad (\text{I.31})$$

Trois des degrés de liberté bosoniques fournissent une composante longitudinale aux bosons  $W^\pm$  et  $Z^0$  leur permettant d'acquérir une masse tout comme dans le mécanisme de Higgs du modèle standard. Ces trois champs s'expriment simplement à partir du développement (I.31) des champs de Higgs :

$$\begin{aligned} G^+ &= \sin\beta \phi_1^+ - \cos\beta (\phi_2^-)^* \\ G^- &= (G^+)^* \\ G^0 &= \sin\beta \phi_2^b - \cos\beta \phi_1^b \end{aligned}$$

où le paramètre  $\beta$  qui est un paramètre fondamental de toute extension supersymétrique du modèle standard (et plus généralement de tout modèle à deux doublets de Higgs) est défini par :

$$\tan \beta = \frac{v_1}{v_2}$$

car nous avons choisi de numéroter les doublets de Higgs en sorte que le doublet  $H_1$  soit celui du modèle standard, la convention contraire est parfois utilisée. Chacun de ces bosons de Goldstone correspond à un degré de liberté et les cinq degrés de liberté qui restent décrivent :

#### - Secteur chargé

Deux bosons de Higgs chargés  $H^+$  et  $H^-$  obtenus en prenant les combinaisons orthogonales aux champs  $G^+$  et  $G^-$  :

$$\begin{aligned} H^+ &= \cos\beta \phi_1^+ + \sin\beta (\phi_2^-)^* \\ H^- &= (H^+)^* \end{aligned}$$

#### - Secteur neutre

Un boson  $A^0$  qui est la combinaison orthogonale à  $G^0$  :

$$A^0 = \sin\beta \phi_1^b + \cos\beta \phi_2^b$$

Ce boson est un boson de CP négatif (ou pseudoscalaire) car  $A^0$  est une combinaison des parties imaginaires des champs  $\phi_1^0$  et  $\phi_2^0$ . Dans le lagrangien, le terme  $A^0 f \bar{f}$  est alors proportionnel à  $\gamma^5$  ce qui indique que le couplage du boson  $A^0$  aux fermions n'est pas scalaire. C'est donc du point de vue de ses couplages aux fermions que le boson  $A^0$  est un pseudoscalaire. D'autre part, il reste deux degrés de liberté décrivant deux bosons scalaires neutres orthogonaux :

$$\begin{aligned} h^0 &= \cos\alpha \phi_1^a - \sin\alpha \phi_2^a \\ H^0 &= \sin\alpha \phi_1^a + \cos\alpha \phi_2^a \end{aligned}$$

	$dd, s\bar{s}, bb, l^+l^-$	$u\bar{u}, c\bar{c}, t\bar{t}$	$W^+W^-, ZZ$
$h^0$	$-\sin\alpha/\cos\beta$	$\cos\alpha/\sin\beta$	$\sin(\beta - \alpha)$
$H^0$	$\cos\alpha/\cos\beta$	$\sin\alpha/\sin\beta$	$\cos(\beta - \alpha)$
$A^0$	$-i \gamma_5 \tan\beta$	$-i \gamma_5 \cotan\beta$	0

TAB. I.2: Facteurs correctifs des couplages des bosons de Higgs du MSSM par rapport aux couplages du boson de Higgs du modèle standard.

Les masses des différents bosons sont complètement déterminées par un paramètre de masse et  $\tan\beta$ . Ainsi, si l'on prend comme paramètre de masse  $m_{A^0}$  on obtient :

$$m_{H^\pm}^2 = m_W^2 + m_{A^0}^2 \quad (I.32)$$

$$m_{H^0, h^0}^2 = \frac{1}{2} \left[ m_{A^0}^2 + m_Z^2 \pm \sqrt{(m_{A^0}^2 + m_Z^2)^2 - 4m_{A^0}^2 m_Z^2 \cos^2\beta} \right]$$

Le  $h^0$  est par convention le boson de Higgs scalaire le plus léger. Des relations (I.32) on tire les inégalités :

$$m_W, m_{A^0} < m_{H^\pm}$$

$$m_{h^0} < m_Z | \cos 2\beta | < m_Z < m_{H^0} \quad (I.33)$$

$$m_{h^0} < m_{A^0} < m_{H^0}$$

Le point important est que le MSSM prévoit la présence d'un boson de Higgs léger puisqu'on a  $m_{h^0} < m_Z$ . Cependant, les relations (I.33) ne sont vraies qu'à l'ordre des arbres et ne prennent pas en compte les corrections à apporter aux pôles qui sont essentiellement dues au quark top ainsi qu'à ses partenaires supersymétriques  $\tilde{t}_R$  et  $\tilde{t}_L$ . La prise en compte de ces corrections maintient malgré tout une limite supérieure assez stricte sur  $m_{h^0}$  [9] et une limite expérimentale de l'ordre de 130 GeV sur  $m_{h^0}$  exclurait pratiquement le MSSM.

### Les couplages des bosons de Higgs

Les couplages du boson  $A^0$  sont déterminés par  $\tan\beta$  et ceux des bosons  $h^0$  et  $H^0$  s'expriment simplement si l'on définit l'angle  $\alpha$  tel que :

$$\cos\alpha = -\cos 2\beta \frac{m_{A^0}^2 - m_Z^2}{m_{H^0}^2 - m_{h^0}^2} \quad ; \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha \leq 0$$

qui est l'angle permettant de diagonaliser la matrice de mélange des bosons  $h^0$  et  $H^0$ . Les couplages aux fermions et bosons sont alors les couplages classiques (proportionnels aux masses) avec des facteurs qui ne dépendent que de  $\alpha$  et  $\beta$ . Le tableau I.2 donne ces facteurs pour les différents couplages possibles d'un boson de Higgs avec une paire de fermions ou une paire de bosons de jauge.

### Une conséquence de la brisure radiative de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ : la réduction du nombre de paramètres

Puisque les deux doublets de Higgs apparaissent dans le potentiel lorsque la symétrie  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  est brisée, chaque doublet contribue à la masse du boson  $Z$  :

$$M_Z^2 = \frac{g_1^2 + g_2^2}{2} (v_1^2 + v_2^2)$$

Si  $M_Z$  et  $\tan\beta$  sont fixés,  $v_1$  et  $v_2$  le sont donc aussi. Les relations définissant  $(v_1, v_2)$  comme le minimum du potentiel :

$$\frac{\partial V(\phi_1^0, \phi_2^0)}{\partial \phi_1} (v_1, v_2) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial V(\phi_1^0, \phi_2^0)}{\partial \phi_2} (v_1, v_2) = 0$$

se traduisent en deux relations reliant les paramètres :

$$\mu^2 = \frac{m_{H_2}^2 \sin^2 \beta - m_{H_1}^2 \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{2} M_Z^2 \quad (\text{I.34})$$

$$2B\mu = \tan \beta (m_{H_1}^2 - m_{H_2}^2) + M_Z^2 \sin 2\beta \quad (\text{I.35})$$

Ces relations permettent de déterminer deux paramètres parmi  $(A, B, \mu)$  en fonction du troisième. Nous utiliserons par la suite le paramètre  $\mu$ . Les relations (I.35) ne fixent cependant pas le signe de  $\mu$ , ce paramètre sera donc un paramètre de masse positif ou négatif. Le lot de paramètres  $(m_{1/2}, m_0, \mu, \tan \beta)$  est le lot minimal de paramètres décrivant la supersymétrie à basse énergie (certains modèles spécifiques font des hypothèses supplémentaires comme  $m_0 = 0$  ou  $m_0 = m_{1/2}$ ). Cependant, les relations (I.35) supposent que l'on est capable d'évaluer  $m_{H_2}^2$  et  $m_{H_1}^2$  en prenant correctement en compte l'ensemble des interactions ce qui n'est réalisable qu'avec un minimum d'hypothèses concernant les spectres. Un modèle plus général inclura donc un ou deux paramètres en plus (généralement  $A$  qui permet le calcul du spectre de la troisième génération et  $m_{A^0}$  ou  $B$  qui permettent la détermination du spectre des bosons de Higgs).

### I.3.5 Les masses des partenaires supersymétriques

Nous avons vu que le contenu minimal en particules du MSSM ne dépend pas des détails du modèle mais que les masses des particules supersymétriques sont au plus  $\approx 1 \text{ TeV}$ . Une prédiction des masses ne peut donc se faire que dans le cadre d'un modèle spécifique. Actuellement, la plupart des études s'appuient sur un MSSM avec brisure de la supersymétrie dans le secteur caché de la gravitation. L'intérêt de ce modèle est qu'il est relativement compact puisqu'il contient essentiellement 5 paramètres de masse :

$$m_{1/2}, m_0, B, A, \text{ et } \mu$$

qui paramétrisent notre ignorance du secteur caché et auxquels il faut rajouter  $\tan \beta$ . Ce modèle étant très utilisé, il est souvent appelé MSSM sans autre précision. Je décrirai donc dans cette section les prédictions sur les masses des partenaires supersymétriques dans le cadre de ce modèle.

#### Les masses des sfermions

Si l'on néglige la contribution des termes de Yukawa dans le potentiel (ce qui est raisonnable si l'on excepte les squarks top) la matrice de mélange entre les  $\tilde{f}_R$  et les  $\tilde{f}_L$  est diagonale et les états propres de masse sont donc les états propres d'interaction. L'évolution de leur masse est fonction de leurs couplages aux jauginos et aux bosons de jauge et la valeur de la masse du sfermion à l'échelle électrofaible est donnée par :

$$m_{\tilde{f}}^2 = m_0^2 + \sum_{\alpha=1,2,3} f_i m_{1/2}^2 + (T_{3,\tilde{f}} - e_{\tilde{f}} \sin^2 \theta_W) M_Z^2 \cos 2\beta \quad (\text{I.36})$$

Le second terme de (I.36) est dû aux couplages du sfermion avec les jauginos (l'indice  $\alpha$  désigne les trois groupes de jauge) et le dernier terme au couplage avec les bosons de jauge. La forme de l'évolution des  $m_{\tilde{f}}$  ne dépend pas du modèle choisi, par contre les valeurs des masses sont dépendantes du modèle (par exemple le choix du groupe d'unification). Cependant, l'ordre de grandeur de  $(\sum_{\alpha=1,2,3} f_i)$  est 6–7 pour les squarks et 0.15–0.4 pour les sleptons. Ceci indique d'une part que les squarks sont plus lourds que les sleptons et d'autre part que  $m_0$  et  $m_{1/2}$  sont de l'ordre de 1 TeV pour que  $m_{\tilde{f}}$  soit de l'ordre de 1 TeV.

Pour les squarks top, le terme de Yukawa et celui en  $\mu H_1 H_2$  du superpotentiel (I.23) introduisent des termes non diagonaux dans la matrice de mélange  $(\tilde{t}_R, \tilde{t}_L)$ . Le terme de Yukawa introduit un élément de mélange en  $m_t A$  et le terme en  $\mu H_1 H_2$  un terme en  $m_t \mu \cotan \beta$ . La matrice de mélange se présente alors sous la forme :

$$\begin{pmatrix} m_{\tilde{t}_L}^2 & m_t (A + \mu \cotan \beta) \\ m_t (A + \mu \cotan \beta) & m_{\tilde{t}_R}^2 \end{pmatrix}$$

Les éléments non diagonaux étant du même ordre de grandeur que les éléments diagonaux, le  $\tilde{t}$  le plus léger peut être plus léger que le top lui-même, ce qui n'est pas le cas des autres familles pour lesquelles le mélange entre les deux sfermions est faible. La référence [14] donne une expression des masses des sfermions dans un cadre relativement général pour l'ensemble des sleptons et squarks en incluant  $\tilde{t}_R$ ,  $\tilde{t}_L$  ainsi que  $\tilde{b}_L$  pour lequel le terme de Yukawa peut avoir un effet non négligeable.

### Les masses des jauginos et higgsinos

Dans un cadre de supergravité, les masses  $M_i$  des jauginos des trois groupes de jauge sont simplement données par l'évolution des couplages des groupes de jauge correspondant :

$$M_i(M_Z) = \frac{\alpha_i(M_Z)}{\alpha_{GUT}} m_{1/2}$$

où  $\alpha_{GUT}$  est la valeur commune des constantes de couplages à l'échelle d'unification  $M_{GUT}$  ( $i = 1, 2, 3$  désignent respectivement  $U(1)_Y$ ,  $SU(2)_L$  et  $SU(3)_C$ ). On peut s'affranchir de  $\alpha_{GUT}$  en écrivant des relations entre les  $M_i(M_Z)$  qui ne mettent en jeu que les  $\alpha_i(M_Z)$  :

$$M_3(M_Z) = \frac{\alpha_3(M_Z)}{\alpha_2(M_Z)} M_2(M_Z) = \frac{\alpha_3(M_Z)}{\alpha_1(M_Z)} M_1(M_Z) \quad (\text{I.37})$$

#### 1. Unification des constantes de couplage dans le MSSM

La valeur de  $\alpha_{GUT}$  est sensiblement différente de la valeur du modèle standard. Les mesures précises des couplages au LEP ont en effet montré que les constantes de couplages ne se rencontrent pas en un point, ce qui semblerait discréditer la thèse de l'unification. Cependant, si l'on se donne un spectre correspondant à celui du MSSM avec la seule contrainte que les partenaires supersymétriques aient des masses inférieures au TeV, les constantes de couplages ont à nouveau une valeur commune  $\alpha_{GUT} \approx \frac{1}{25}$  pour une échelle d'énergie  $M_{GUT}$  de l'ordre de  $10^{16}$  GeV [12]. Ce point est souvent considéré comme étant la première indication expérimentale de la supersymétrie (figure I.7).

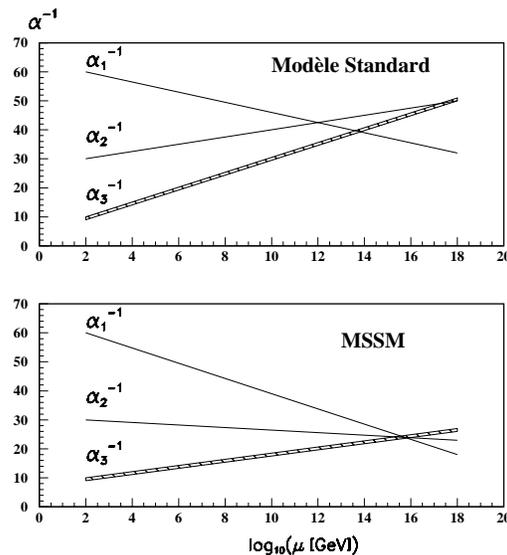


FIG. I.7: Unification des constantes de couplages dans le modèle standard et dans le MSSM.

#### 2. Les gluinos

Comme  $\alpha_3$  (c'est-à-dire  $\alpha_s$ ) augmente lorsque l'échelle d'énergie diminue, à l'échelle électrofaible la masse des gluinos est supérieure à la valeur de  $M_3$  à l'échelle d'unification (c'est-à-dire

$m_{1/2}$ ). Comme  $\alpha_s$  a été mesurée au LEP avec une valeur de l'ordre de 0.12 on a la relation :

$$m_{\tilde{g}} = M_3(v) = 3 m_{1/2} \quad (\text{I.38})$$

Cette relation simple ne prend pas en compte les contributions liées aux quarks et squarks et qui apportent des corrections à la valeur donnée par la relation (I.38) qui sont au plus de l'ordre de 30% [15] et la relation (I.38) peut donc être utilisée pour la plupart des études phénoménologiques. En utilisant la relation (I.38) le paramètre  $m_{1/2}$  ou  $M \equiv M_2$  peut être remplacé par  $m_{\tilde{g}}$  et toute limite sur  $m_{\tilde{g}}$  se traduit alors en une limite sur  $M$  (ceci sera utilisé lors de l'interprétation des résultats).

Pour parvenir à une évaluation du spectre de la supersymétrie à basse énergie, il faut intégrer un grand nombre d'équations du groupe de renormalisation couplées les unes aux autres. Parvenir à des expressions analytiques des masses impose en général de faire des hypothèses qui restreignent la portée du résultat. Cependant, des intégrations numériques des équations ont montré que si les masses des particules supersymétriques peuvent varier sur l'ensemble du spectre possible (excepté le boson de Higgs le plus léger qui est limité approximativement à 130 GeV) il existe parfois des relations entre les masses qui sont toujours satisfaites [15]. Ainsi, pour le gluino on a la relation :

$$m_{\tilde{q}} \geq 0.85 m_{\tilde{g}} \quad (\text{I.39})$$

où  $\tilde{q}$  est un squark des deux premières générations.

Enfin, il faut remarquer que la relation (I.38) montre qu'une limite inférieure sur la masse des gluinos se traduit immédiatement par une limite inférieure sur  $M_3$  et donc d'après (I.37) sur le paramètre  $M \equiv M_2$  qui est un paramètre essentiel des jauginos du secteur  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ .

### 3. Les charginos : états propres de masse du secteur jaugino chargé

Le secteur jaugino chargé comprend deux fermions de charge +1 et deux fermions de charge -1 :  $\tilde{w}^\pm$  et  $\tilde{h}^\pm$  (j'appellerai désormais secteur jaugino non seulement les partenaires supersymétriques des bosons de jauge mais aussi les higgsinos). Les particules qui peuvent être observées expérimentalement ne sont pas directement  $\tilde{w}$  ou  $\tilde{h}$  car dans le lagrangien supersymétrique il existe des termes quadratiques mélangeant ces deux états. Ces termes viennent simplement de  $\mu H_1 H_2$  lorsque l'invariance de jauge sous  $SU(2)_L$  est imposée et sont directement proportionnels à  $g_2 v_i$  ( $i$  est l'indice des doublets de Higgs  $H_1$  et  $H_2$ ). La matrice de masse dans la base  $(\tilde{w}^+, \tilde{h}_1^+, \tilde{w}^-, \tilde{h}_2^-)$  s'écrit donc simplement :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & M & g_2 v_1 \\ 0 & 0 & g_2 v_2 & \mu \\ M & g_2 v_1 & 0 & 0 \\ g_2 v_2 & \mu & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.40})$$

Cette matrice est constituée de deux blocs séparés décrivant deux charginos  $\tilde{\chi}_{1,2}^+$  chargés positivement pour le premier bloc et deux charginos  $\tilde{\chi}_{1,2}^-$  chargés négativement pour le second bloc (l'indice 1 désigne par convention le chargino le plus léger). Comme les deux sous-matrices sont transposées l'une de l'autre de l'autre, leurs valeurs propres sont les mêmes et on a donc  $M_{\tilde{\chi}_1^+} = M_{\tilde{\chi}_1^-}$  et  $M_{\tilde{\chi}_2^+} = M_{\tilde{\chi}_2^-}$ .

En remplaçant  $g_2 v_1$  par  $\sqrt{2} M_W \sin \beta$  et  $g_2 v_2$  par  $\sqrt{2} M_W \cos \beta$  et en diagonalisant la matrice de masse (I.40) on obtient les masses des deux charginos :

$$\begin{aligned} M_{\tilde{\chi}_{2,1}}^2 &= \frac{1}{2} (M^2 + \mu^2 + 2M_W^2) \\ &\pm \frac{1}{2} \sqrt{(M^2 - \mu^2)^2 + 4M_W^4 \cos^2 2\beta + 4M_W^2 (M^2 + \mu^2 + 2M \mu \sin 2\beta)} \end{aligned} \quad (\text{I.41})$$

En général, un chargino est composé d'une partie de  $\tilde{w}$  et d'une partie de  $\tilde{h}$  et ses couplages sont donc ceux du  $\tilde{w}$  et du  $\tilde{h}$  avec des facteurs correspondant à la composition du chargino. Les couplages du  $\tilde{w}$  et du  $\tilde{h}$  étant fixés, les sections efficaces des processus mettant en jeu les charginos sont entièrement déterminés par la matrice (I.40) (du moins pour ce qui concerne les charginos, pour un processus mettant en jeu les sfermions, les masses  $m_{\tilde{f}}$  doivent être déterminées par ailleurs).

#### 4. Les neutralinos : états propres de masse du secteur jaugino neutre

La dernière section de ce chapitre est entièrement consacrée au secteur neutralinos du MSSM et je me contenterai donc ici de les définir.

Tout comme pour le secteur chargé, le secteur jaugino neutre inclut un mélange entre les différents états  $\tilde{w}^0, \tilde{b}^0, \tilde{h}_1^0$  et  $\tilde{h}_2^0$  où  $\tilde{w}^0$  et  $\tilde{b}^0$  sont les partenaires supersymétriques des bosons de jauge du  $SU(2)_L$  et du  $U(1)_Y$ . On pourrait définir  $\tilde{z}$  et  $\tilde{\gamma}$  comme des combinaisons linéaires de  $\tilde{w}^0$  et  $\tilde{z}^0$  en utilisant les combinaisons linéaires définissant  $Z^0$  et  $\gamma$  à partir de  $W^0$  et  $B^0$ . Cependant,  $\tilde{z}$  et  $\tilde{\gamma}$  ne sont pas en général états propres de masse et présentent donc un intérêt limité. En effet, la matrice de masse du secteur neutre est assez proche de la matrice de masse des charginos et s'écrit dans la base  $(\tilde{w}^0, \tilde{b}^0, \tilde{h}_2^0, \tilde{h}_1^0)$  :

$$\begin{pmatrix} M_2 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}}g_2 v_1 & \frac{1}{\sqrt{2}}g_2 v_2 \\ 0 & M_1 & \frac{1}{\sqrt{2}}g_1 v_1 & -\frac{1}{\sqrt{2}}g_1 v_2 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}g_2 v_1 & \frac{1}{\sqrt{2}}g_1 v_1 & 0 & -\mu \\ \frac{1}{\sqrt{2}}g_2 v_2 & -\frac{1}{\sqrt{2}}g_1 v_2 & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.42})$$

Cette matrice mélange les quatre états et donc en général les états propres de masse ne seront pas  $\tilde{z}, \tilde{\gamma}$  ou  $\tilde{h}$  mais des combinaisons linéaires de ces états. Ces quatre états propres de masse sont les neutralinos  $(\tilde{\chi}_i^0)_{i=1,4}$  par ordre croissant de masse (par la suite je noterai les neutralinos simplement par  $\chi_i^0$ ).

#### Les contraintes de naturalité et les limites supérieures sur $M$ et $|\mu|$

La seule contrainte que nous ayons imposée jusque là est que les partenaires supersymétriques aient une masse au plus de l'ordre du TeV. Il est possible d'obtenir des limites plus précises sur les paramètres du MSSM en utilisant les contraintes de naturalité qui stipulent que les paramètres du MSSM ne doivent pas avoir à être réglés trop précisément pour pouvoir reproduire les observables (masse du  $Z$ , masses des particules supersymétriques...). Ces contraintes se situent donc dans le cadre général des modèles supersymétriques dont l'intérêt est de résoudre le problème de la hiérarchie qui est un exemple de problème de naturalité. Pour imposer des contraintes de naturalité il faut pouvoir mesurer le réglage des paramètres. Je décrirai ici la mesure proposée par Barbieri et al. [16] qui a par la suite été reprise dans la majorité des études.

Considérons par exemple la masse du  $Z$  (c'est en fait  $M_Z^2$  qui est déterminé à partir des paramètres du MSSM) :

$$M_Z^2 \equiv M_Z^2(a_i)$$

où les  $a_i$  sont les paramètres du modèle. Lorsqu'un des paramètres est modifié, il est toujours possible de maintenir  $M_Z^2$  à sa valeur en faisant aussi évoluer les autres paramètres. Pour éviter ce réglage fin, il suffit de demander que  $M_Z^2$  ne soit pas changé d'une fraction trop importante lorsqu'un des paramètres est modifié.

Si un paramètre  $a_i$  est varié de  $\delta a_i$ ,  $M_Z^2$  l'est aussi de  $\delta M_Z^2$ . La fraction dont  $M_Z^2$  a été modifiée est :

$$\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2}$$

et correspond à une modification du paramètre d'une fraction :

$$\frac{\delta a_i}{a_i}$$

La fraction dont a varié  $M_Z^2$  est elle-même une fraction  $\Delta$  de la fraction dont a été modifié le paramètre  $a_i$  :

$$\left| \frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} \right| = \Delta \left| \frac{\delta a_i}{a_i} \right|$$

Pour s'assurer qu'il n'y ait pas de réglage fin, il suffit de demander que cette fraction  $\Delta$  ne soit pas déraisonnablement grande :

$$\Delta = \left| \frac{a_i}{M_Z^2} \frac{\partial M_Z^2}{\partial a_i} \right| \leq \Delta_{max}$$

$\Delta$  mesure donc directement le réglage associé à un paramètre et le choix de  $\Delta_{max}$  représente la finesse du réglage que l'on s'autorise dans une théorie (typiquement  $\Delta_{max} = 10$  ce qui correspond à un réglage fin d'au plus un ordre de grandeur).

Pour les paramètres qui concernent le secteur neutralinos ( $M \equiv M_2$  et  $\mu$ ) on a les limites supérieures [16] :

$$M \leq 250 \text{ GeV} \quad ; \quad |\mu| \leq 200 \text{ GeV}$$

que nous utiliserons lors de l'interprétation des résultats de la recherche de neutralinos.

### Les couplages de Yukawa de la troisième génération et les limites sur $\tan\beta$

Les couplages de Yukawa  $h_t$  et  $h_b$  évoluent avec l'échelle d'énergie, leur valeur à basse énergie déterminant les masses des quarks *top* et *bottom*.

Les évolutions de  $h_t$  et  $h_b$  sont couplées et les équations du groupe de renormalisation se présentent sous la forme [17] :

$$\begin{cases} \frac{dh_t}{dt} = a_t(t)h_t(t) + bh_t^2(t) - h_t(t)h_b(t) \\ \frac{dh_b}{dt} = a_b(t)h_b(t) + bh_b^2(t) - h_t(t)h_b(t) \end{cases} \quad (\text{I.43})$$

où  $t$  n'est pas directement l'échelle d'énergie  $\Lambda$  mais est défini par  $t = \ln \frac{M_{GUT}}{\Lambda}$ . On peut s'affranchir du couplage entre les équations en utilisant le fait que  $h_t$  et  $h_b$  sont positifs et on obtient ainsi deux inégalités :

$$\begin{cases} \frac{dh_t}{dt} \leq a_t(t)h_t(t) + bh_t^2(t) \\ \frac{dh_b}{dt} \leq a_b(t)h_b(t) + bh_b^2(t) \end{cases} \quad (\text{I.44})$$

On peut alors obtenir des limites supérieures sur les couplages de Yukawa :

$$\begin{cases} h_t \leq 8 \times 10^{-3} \\ h_b \leq 8.4 \times 10^{-3} \end{cases} \quad (\text{I.45})$$

Par ailleurs, les masses  $m_t(t)$  et  $m_b(t)$  des quarks *top* et *bottom* sont directement reliées aux couplages de Yukawa :

$$\begin{cases} m_t^2(t) = K h_t(t)(v_1^2 + v_2^2)\sin^2\beta \\ m_b^2(t) = K h_b(t)(v_1^2 + v_2^2)\cos^2\beta \end{cases} \quad (\text{I.46})$$

avec  $K = 16\pi^2$ .

Les masses des quarks sont définies par  $m_t \equiv m_t(\Lambda = m_t)$  et  $m_b \equiv m_b(\Lambda = m_b)$ . En remplaçant  $h_t$  et  $h_b$  par leurs limites inférieures (I.45) dans (I.46) on obtient les limites supérieures sur les masses des quarks :

$$\begin{cases} m_t \leq 198 \text{ GeV} \sin\beta \\ m_b \leq 207 \text{ GeV} \cos\beta \end{cases} \quad (\text{I.47})$$

Les masses  $m_t$  et  $m_b$  ne sont pas en réalité directement les masses physiques (les pôles)  $M_t$  et  $M_b$  mesurées expérimentalement. Les masses  $m_t$  et  $m_b$  sont en fait définies dans un schéma de renormalisation donné et sont proportionnelles à  $M_t$  et  $M_b$  à un facteur près du type  $(1 - a\alpha_s - b\alpha_s^2)$  :

$$m_t \approx 0.935 M_t \quad (\text{I.48})$$

$$m_b \approx 0.844 M_b \quad (\text{I.49})$$

Finalement, en utilisant les relations (I.47) et en exprimant  $m_t$  et  $m_b$  en fonction des pôles on peut encadrer  $\tan\beta$  avec des valeurs qui ne mettent en jeu que les masses mesurées  $M_t$  et  $M_b$  :

$$\frac{M_t}{\sqrt{(212 \text{ GeV})^2 - M_t^2}} \leq \tan\beta \leq \frac{\sqrt{(245 \text{ GeV})^2 - M_b^2}}{M_b}$$

soit numériquement (en prenant les valeurs conservatives  $M_t = 147 \text{ GeV}$  et  $M_b = 4.7 \text{ GeV}$ ) :

$$1 \leq \tan\beta \leq 52 \quad (\text{I.50})$$

que nous utiliserons lors de l'interprétation des résultats de la recherche de neutralinos (la référence [17] traite plus en détails l'obtention de (I.50)).

### I.3.6 Résumé

Le MSSM est une extension supersymétrique du modèle standard qui en plus des partenaires supersymétriques des particules du modèle standard inclut un second supermultiplet de Higgs. Le nombre de paramètres décrivant la brisure de SUSY peut être considérablement réduit dans un cadre de supergravité où la brisure a lieu dans le secteur caché et se transmet au secteur visible par l'intermédiaire des paramètres :

- $m_0$  masse commune des champs scalaires (sleptons, squarks et bosons de Higgs) à l'échelle d'unification  $M_{GUT} \approx 10^{16}$  GeV
- $m_{1/2}$  masse commune des jauginos à l'échelle d'unification
- $A$  couplage trilineaire, facteur de proportionnalité entre les termes de Yukawa du superpotentiel et les termes trilineaires apparaissant directement dans le lagrangien de brisure
- $B$  paramètre permettant d'inclure dans le lagrangien de brisure un terme proportionnel à  $H_1 H_2$  essentiel à la brisure radiative de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$

auxquels il faut rajouter le paramètre  $\tan\beta$  apparaissant dans toute extension à deux doublets de Higgs.

Ce modèle présente l'intérêt d'inclure le potentiel de brisure de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , le paramètre de masse  $m^2$  du champ de Higgs se couplant aux quarks ( $u, c, t$ ) devenant naturellement négatif à basse énergie à cause de la masse importante du quark *top*.

Le secteur de Higgs comprenant deux bosons scalaires  $h^0$  et  $H^0$  ainsi qu'un boson pseudoscalaire  $A^0$  et deux bosons chargés  $H^\pm$  est particulièrement contraint et le  $h^0$  ne peut avoir une masse beaucoup plus grande que 130 GeV.

Le spectre de masse des sfermions est entièrement décrit par les paramètres déjà introduits mais les valeurs exactes des masses sont difficilement prévisibles hors d'un modèle spécifique. La validation de la supersymétrie passe donc par la mise en évidence expérimentale des partenaires supersymétriques mais la détermination du modèle effectivement réalisé nécessite la détermination précise de leur spectre.

Les paramètres de masse des jauginos  $(M_i)_{i=1,2,3}$  des groupes  $U(1)_Y$ ,  $SU(2)_L$  et  $SU(3)_C$  sont directement donnés par  $m_{1/2}$  et l'évolution des constantes de couplages de chaque groupe. Cependant, les matrices de masse incluent des termes non diagonaux (excepté pour les gluinos) qui rendent la description précise du spectre dépendante du modèle.

En tout état de cause, si la supersymétrie résout effectivement le problème de la hiérarchie, les partenaires supersymétriques ont des masses inférieures au  $TeV$ .

## I.4 Le secteur neutralinos du MSSM

Dans cette partie je détaillerai le secteur neutralinos dans le cadre du MSSM :

- Les masses
- Les couplages
- Les processus de production  $e^+e^- \rightarrow \chi_i^0 \chi_j^0$  à LEP 1
- Les modes de désintégration des neutralinos
- Les canaux de recherche des neutralinos à LEP 1

### I.4.1 Les masses des neutralinos

#### La matrice de masse

Le choix de la base dans laquelle est écrite la matrice de masse des neutralinos n'est pas en général celui correspondant à la matrice (I.42). Pour la partie des bosons de jauge  $w^0$  et  $b^0$  on choisit plutôt de l'écrire dans une base des partenaires supersymétriques des bosons observés  $Z$  et  $\gamma$ . La base n'est alors pas constituée par  $(\tilde{w}^0, \tilde{b}^0)$  mais par  $(\tilde{z}^0, \tilde{\gamma})$  définis par analogie avec le  $Z^0$  et le photon :

$$\begin{cases} \tilde{\gamma} = \cos\theta_w \tilde{b}^0 + \sin\theta_w \tilde{w}^0 \\ \tilde{z} = -\sin\theta_w \tilde{b}^0 + \cos\theta_w \tilde{w}^0 \end{cases} \quad (\text{I.51})$$

où  $\theta_w$  est l'angle de Weinberg qui mesure le mélange dans le secteur électrofaible du modèle standard.

De plus, pour la partie higgsinos on choisit de faire jouer à  $\beta$  le rôle d'un angle de mélange en définissant les deux higgsinos  $\tilde{h}_a$  et  $\tilde{h}_b$  à partir de  $\tilde{h}_1$  et  $\tilde{h}_2$  :

$$\begin{cases} \tilde{h}_a = -\sin\beta \tilde{h}_1 + \cos\beta \tilde{h}_2 \\ \tilde{h}_b = \cos\beta \tilde{h}_1 + \sin\beta \tilde{h}_2 \end{cases} \quad (\text{I.52})$$

Le choix de base est alors  $\psi_j^0 = (-i\tilde{\gamma}, -i\tilde{z}, \tilde{h}_a, \tilde{h}_b)$  et la matrice de masse  $Y$  s'écrit :

$$\begin{pmatrix} M_2 \sin^2\theta_w + M_1 \cos^2\theta_w & (M_2 - M_1) \sin\theta_w \cos\theta_w & 0 & 0 \\ (M_2 - M_1) \sin\theta_w \cos\theta_w & M_2 \cos^2\theta_w + M_1 \sin^2\theta_w & M_Z & 0 \\ 0 & M_Z & \mu \sin 2\beta & -\mu \cos 2\beta \\ 0 & 0 & -\mu \cos 2\beta & -\mu \sin 2\beta \end{pmatrix} \quad (\text{I.53})$$

où le choix de  $-i\tilde{\gamma}$  et  $-i\tilde{z}$  pour la base permet d'avoir une matrice réelle. Comme nous l'avons vu précédemment, on peut remplacer  $M_1$  par  $\frac{5}{3} M_2 \tan^2\theta_w$  dans une hypothèse d'égalité des masses des jauginos à l'échelle d'unification et la matrice de masse ne dépend plus alors que de  $M \equiv M_2$ ,  $\mu$  et  $\beta$ .

Le terme de masse se présente dans le lagrangien sous la forme :

$$\mathcal{L}_m = -\frac{1}{2} \psi_i^0 Y_{ij} \psi_j^0 + h.c.$$

La matrice  $Y$  est diagonalisée par une matrice  $N$  telle que :

$$N_{im} Y_{mn} N_{jn} = \eta_i m_i \delta_{ij}$$

où les  $m_i$  sont les masses des quatre neutralinos (elles doivent être rangées par ordre croissant pour correspondre aux  $(\chi_i^0)_{i=1,4}$ ). Les facteurs  $\eta_i = \pm 1$  prennent en compte le fait que les valeurs propres de la matrice  $Y$  peuvent être négatives. Le signe de ces valeurs propres trouve son interprétation lorsqu'on étudie le couplage  $\chi_i^0 f f$  où le facteur  $\eta_i$  correspond à un couplage en  $\gamma_5$  (on obtient les mêmes résultats en gardant  $\chi_i^0$  avec des masses négatives ou en remplaçant  $\chi_i^0$  par  $\gamma_5 \chi_i^0$  lorsque  $\eta_i$  est négatif). Tout comme pour le boson  $A^0$ , ceci indique que le  $\chi_i^0$  est alors de CP=-1. La référence

[18] montre le lien entre le signe de la masse et le CP dans le cas de termes de masse pour les neutrinos ce qui peut être immédiatement adapté au cas des neutralinos qui sont décrits par des spineurs de Majorana (ce sont leur propre antiparticule, les spineurs de Majorana ne décrivent donc que deux degrés de liberté contrairement aux spineurs de Dirac). Cette interprétation en terme de CP n'est cependant pas indispensable pour mener les calculs des sections efficaces.

### Les masses des neutralinos en fonction de $(M, \mu, \tan\beta)$

La matrice de masse des neutralinos peut être diagonalisée analytiquement afin d'obtenir une expression des masses en fonction de  $(M, \mu, \tan\beta)$ . Cependant, cette diagonalisation est généralement effectuée numériquement et je me contenterai donc d'indiquer la forme de l'évolution des masses des neutralinos avec  $(M, \mu, \tan\beta)$  dans le domaine déterminé ci-dessus :

$$\begin{aligned} 0 &\leq M \leq 250 \text{ GeV} \\ 0 &\leq |\mu| \leq 200 \text{ GeV} \\ 1 &\leq \tan\beta \leq 50 \end{aligned}$$

Grossièrement, l'évolution des masses des neutralinos avec  $M$  et  $\mu$  est la même quelque soit  $\tan\beta$ . De plus, la dépendance est essentiellement la même pour les quatre neutralinos. En effet, les échelles de masse sont données par  $M$  et  $\mu$  et les masses des quatre neutralinos sont en général fonction de  $(M, \mu)$ , on peut donc s'attendre à ce que les masses des quatre neutralinos évoluent de la même façon avec  $(M, \mu)$ .

Pour  $M = 0$ , la première colonne de la matrice de masse est nulle, son déterminant est donc nul et il existe alors au moins une valeur propre nulle. La masse du neutralino le plus léger  $\chi_1^0$  est alors elle aussi nulle. De même, lorsque  $\mu = 0$  la dernière colonne de la matrice de masse est nulle et à nouveau on a  $M_{\chi_1^0} = 0$ . Comme les masses sont en général fonction de  $M$  et  $\mu$  (avec des arguments dimensionnels on peut prévoir une dépendance du type  $aM + b\mu$ ) il faut s'attendre à ce que lorsque  $M$  ou  $|\mu|$  augmentent, les masses des différents neutralinos augmentent elles aussi. Nous avons ainsi une idée de la dépendance des masses des neutralinos avec  $M$  et  $\mu$  : deux axes de basse masse à  $\mu = 0$  et  $M = 0$  et les masses augmentent avec  $M$  et  $|\mu|$ . La dépendance en  $\tan\beta$  est assez douce comme le montre la figure I.8 qui donne les masses des quatre neutralinos pour  $\tan\beta = 1.4$  et  $\tan\beta = 50$ . On voit que l'échelle des masses des neutralinos est effectivement donnée par  $M$  et  $|\mu|$  (les masses varient entre 0 et  $\approx 200$  GeV) et que les différences entre ces deux valeurs extrêmes de  $\tan\beta$  sont minimales.

### La particule supersymétrique la plus légère : $\chi_1^0$

Si la R-parité est conservée, la particule supersymétrique la plus légère (appelée LSP pour *lightest supersymmetric particle*) est stable. Tout processus de production de particules supersymétriques aboutit alors, après des désintégrations en cascade, à un état final avec un nombre pair de LSP. Les contraintes cosmologiques imposent que le candidat LSP soit neutre et sans couleur [20] ce qui laisse le  $\tilde{\nu}$  le plus léger et le  $\chi_1^0$  comme candidats pour être la LSP. Dans la plupart des modèles, la LSP est le  $\chi_1^0$  mais indépendamment de ces modèles, les limites expérimentales excluent les régions du plan  $(m_0, m_{1/2})$  pour lesquelles la LSP est un  $\tilde{\nu}$ . Pour la suite, nous nous placerons donc dans un cadre où la LSP est bien le neutralino le plus léger.

Un autre point lié à la LSP et qui a des conséquences essentielles sur la phénoménologie de la supersymétrie est qu'elle interagit faiblement avec la matière. En effet, la LSP ne peut interagir avec les noyaux de la matière que par l'échange d'une particule lourde (boson  $Z$ , gluino...) et les sections efficaces des processus sont alors de l'ordre de celles de l'interaction faible. La LSP se comporte donc comme un neutrino lors de son passage dans un détecteur. Cette propriété, dont l'origine se trouve dans la conservation de la R-parité, permet donc de caractériser les événements supersymétriques par de l'énergie manquante emportée par les  $\chi_1^0$ .

### La composition des neutralinos en fonction de $(M, \mu, \tan\beta)$

Si les valeurs propres de la matrice  $N$  qui diagonalise la matrice de masse donnent les masses et valeurs de CP des neutralinos, leurs compositions en  $\tilde{\gamma}$ ,  $\tilde{z}$  et  $\tilde{h}_{a,b}$  sont données par les vecteurs

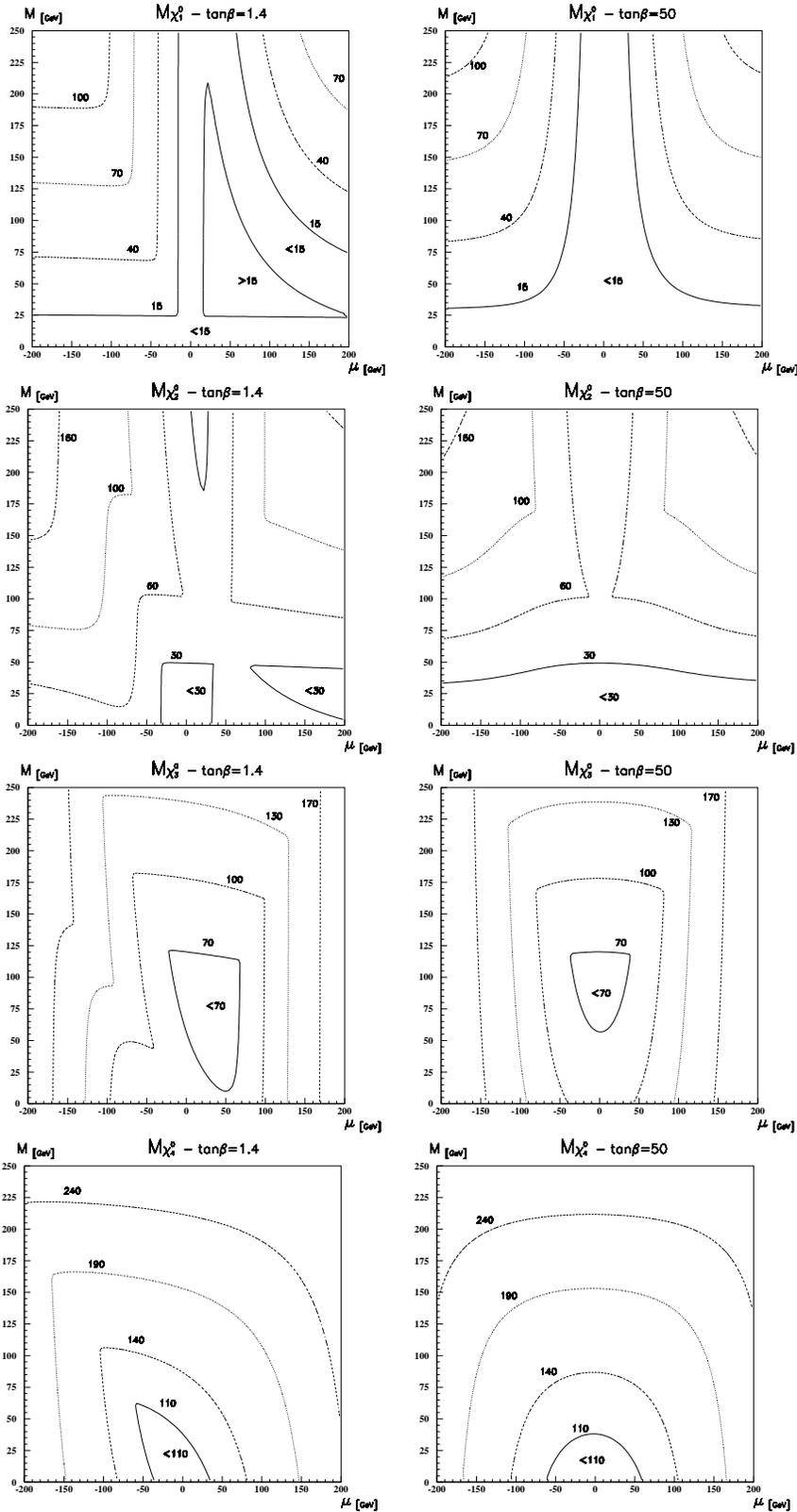


FIG. I.8: Masses des quatre neutralinos en fonction de  $(M, \mu)$  pour  $\tan\beta=1.4$  et  $\tan\beta=50$ , les lignes iso-masse sont tracées avec les valeurs correspondantes des masses indiquées.

colonnes de  $N$ . Chaque neutralino s'exprime alors comme une combinaison linéaire des champs de base  $(\psi_j^0)_{j=1,4}$  :

$$\chi_i^0 = N_{ij} \psi_j^0 \quad ; \quad \sum_{j=1}^4 |N_{ij}|^2 = 1$$

La dépendance des coefficients  $N_{ij}$  dans les paramètres est complexe [19] mais si l'on se concentre sur la composition du neutralino le plus léger qui nous intéresse plus particulièrement, on peut comprendre sa composition dans les cas limites directement à partir de la matrice de masse (I.53). Pour  $|\mu| \approx 0$  la dernière colonne de (I.53) est nulle et  $\tilde{h}_b$  est alors vecteur propre de masse presque nulle. Le  $\chi_1^0$  est alors probablement le  $\tilde{h}_b$ , pour  $|\mu| \approx 0$  le neutralino le plus léger est donc essentiellement higgsino.

Lorsque  $M \approx 0$  le premier vecteur de (I.53) est nul, le  $\chi_1^0$  est alors essentiellement photino.

Lorsque  $|\mu|$  devient grand, il faut s'attendre à ce que les deux premiers vecteurs de (I.53) qui ne contiennent pas  $\mu$  constituent les deux neutralinos les plus légers. Donc, lorsque  $|\mu|$  tend vers 200 GeV, le  $\chi_1^0$  et le  $\chi_2^0$  sont des mélanges de  $\tilde{\gamma}$  et  $\tilde{z}$ .

## I.4.2 Les couplages des neutralinos

Les couplages des champs  $\psi_j^0 \equiv (-i\tilde{\gamma}, -i\tilde{z}, \tilde{h}_a, \tilde{h}_b)$  sont fixés par le lagrangien du MSSM. Les neutralinos sont des mélanges de ces quatre états et leurs couplages sont donc en général tous les couplages possibles de ces quatre états avec une intensité qui n'est pas fixée car elle dépend de leur composition. Cependant, pour un lot de paramètres  $(M, \mu, \tan\beta)$  donné, cette composition est déterminée et les couplages des neutralinos sont donc fixés.

Les couplages possibles sont :

### 1. Couplage du photino $\tilde{\gamma}$

D'après la figure (I.6) le seul couplage possible est le graphe (g) correspondant à un vertex  $\tilde{\gamma}\tilde{f}f$  (version supersymétrique du couplage du photon aux fermions chargés). On voit que si le neutralino le plus léger est un photino et que tous les sfermions sont lourds (de masse supérieure à  $M_Z$ ) nous ne pouvons pas produire directement le  $\chi_1^0$  à LEP 1. Le graphe (f) n'implique pas le photino car il s'agit de la version supersymétrique du couplage à trois bosons.

### 2. Couplages du zino $\tilde{z}$

Le graphe (f) peut décrire un couplage  $\tilde{z}\tilde{\chi}^\pm W^\mp$  version supersymétrique du couplage à trois bosons  $ZW^+W^-$ . Le graphe (g) décrit quand à lui un vertex  $\tilde{z}\tilde{f}f$ .

### 3. Couplages des higgsinos $\tilde{h}$

Le graphe (c) indique qu'il existe un couplage entre le  $Z^0$  et les higgsinos : il s'agit d'un vertex  $Z\tilde{h}h$ . Le graphe (g) décrit un couplage  $\tilde{z}\tilde{h}h^0/A^0$ . Ce graphe ne peut décrire un couplage  $\tilde{z}\tilde{h}f$  car la R-parité n'est alors pas conservée.

De ces couplages on tire les différents vertex possibles :

$$\chi_i^0 \tilde{f}f \quad (I.54)$$

$$\chi_i^0 \tilde{\chi}^\pm W^\mp \quad (I.55)$$

$$\chi_i^0 \chi_j^0 Z \quad (I.56)$$

$$\chi_i^0 \chi_j^0 h^0/A^0 \quad (I.57)$$

Le point essentiel que l'on peut retirer de ces couplages est qu'il existe un seul vertex impliquant les neutralinos et le  $Z$  et que celui-ci ne concerne que la composante higgsino des neutralinos.

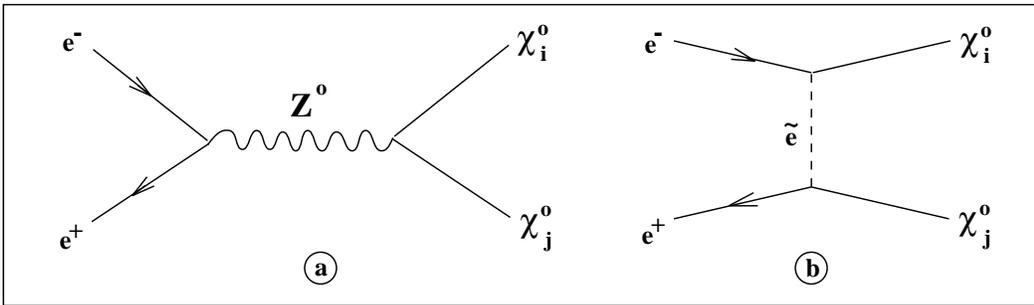


FIG. I.9: Les processus de production des neutralinos au LEP.

### Les processus de production des neutralinos à LEP 1

Compte-tenu des couplages que nous venons de décrire, il existe deux processus permettant de produire des neutralinos au LEP :

- $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \chi_i^0 \chi_j^0$  correspondant au couplage (I.56).
- $e^+e^- \rightarrow \tilde{e} \rightarrow \chi_i^0 \chi_j^0$  correspondant à deux vertex du type (I.54).

Les graphes de ces deux processus sont représentés sur la figure I.9. Les sections efficaces de ces deux processus (ainsi que leur interférence) sont calculées dans la référence [22].

La section efficace totale du processus (a) dépend des masses des neutralinos, du produit de leurs  $CP$  et de la composition des neutralinos puisque le  $Z^0$  ne se couple qu'à la composante higgsino des neutralinos. La dépendance angulaire de la section efficace est en :

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{\chi_1^0}} \sim 1 + a(M_{\chi_1^0}, M_{\chi_2^0}, \sqrt{s}) \cos^2\theta_{\chi_1^0} \quad (\text{I.58})$$

La section efficace du processus (b) ainsi que celle de son interférence avec le processus (a) dépend en plus des masses des sélectrons  $m_{\tilde{e}_L}$  et  $m_{\tilde{e}_R}$ .

Ces calculs sont fait dans un cadre général puisqu'ils dépendent uniquement des masses des neutralinos et de leur  $CP$  relatif et peuvent s'exprimer dans le cadre du MSSM en fonction des paramètres  $(M, \mu, \tan\beta)$  puisque ces paramètres déterminent la matrice de masse des neutralinos.

Lorsqu'on se place à une énergie dans le centre de masse égale à  $M_Z$ , la section efficace totale du processus (a) (*voie s*) peut atteindre plusieurs  $nb$  mais peut aussi être nulle si l'un des neutralinos est purement photino. Dans ce cas, c'est le processus (b) (*voie t*) qui peut contribuer car les  $\tilde{e}$  se couplent aux composantes  $\tilde{\gamma}$  et  $\tilde{z}$  des neutralinos.

A LEP 1, l'énergie dans le centre de masse étant proche du pôle du  $Z$ , le processus (a) est généralement dominant sauf si l'un des neutralinos a une composante higgsino nulle. Nous ne prendrons en compte que la voie (a) dans le processus de production ce qui revient à supposer que la masse des  $\tilde{e}$  est grande. Cette hypothèse est conservative si l'interférence destructive entre les deux processus est négligeable. Lors de l'interprétation des résultats nous reviendrons sur cette hypothèse afin d'éclaircir son rôle.

### Les modes de désintégration des neutralinos au LEP

Les désintégrations possibles des neutralinos sont directement données par les couplages (I.54) à (I.57) et correspondent aux voies :

- $\chi_j^0 \rightarrow \tilde{f}f$  puis  $\tilde{f} \rightarrow \chi_1^0 f$
- $\chi_j^0 \rightarrow \chi^\pm W^\mp$  puis  $\chi^\pm \rightarrow \chi_1^0 W^\pm$
- $\chi_j^0 \rightarrow \chi_i^0 Z^*$
- $\chi_j^0 \rightarrow \chi_i^0 h^0/A^0$

A LEP 1, on suppose que toutes les particules supersymétriques autres que les neutralinos sont suffisamment lourdes pour ne pas contribuer aux largeurs des  $(\chi_j^0)_{j>1}$ . Nous ferons donc cette hypothèse dans la recherche de neutralinos et nous discuterons les modifications apportées à l'interprétation des résultats dans le cas où cette hypothèse ne serait pas vérifiée.

Il existe en plus de ces modes de désintégration un processus d'ordre supérieur mais qui peut contribuer lorsque les autres modes sont supprimés :  $\chi_j^0 \rightarrow \chi_i^0 \gamma$ . Le graphe de ce processus ainsi que ceux des précédents est représenté sur la figure I.10. Les particules contribuant à la boucle du processus  $\chi_j^0 \rightarrow \chi_i^0 \gamma$  sont nombreuses (il y a entre autres des particules supersymétriques) et ceci rend difficile l'estimation de la contribution de ce canal à la largeur de  $(\chi_j^0)_{j>1}$  [24].

### Les canaux de recherche des neutralinos à LEP 1

Au LEP, la recherche de neutralinos a lieu dans les canaux :

1. Canal fermionique :  $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \chi_1^0 \chi_2^0 \rightarrow \chi_1^0 \chi_1^0 f \bar{f}$

Ce canal correspond à une désintégration du  $\chi_2^0$  dans le canal  $\chi_1^0 Z^*$  avec une éventuelle contribution du  $\tilde{f}$  si celui-ci est suffisamment léger.

L'état final est donc constitué d'une paire  $f\bar{f}$  et deux  $\chi_1^0$  ce qui correspond à des événements avec une paire de leptons, une paire de jets (ou un seul jet si ceux-ci sont collimés) et de l'énergie manquante emportée par les  $\chi_1^0$ . Lorsque  $f$  est un neutrino, ce processus n'est pas directement observable et contribue simplement à la largeur invisible du  $Z$ .

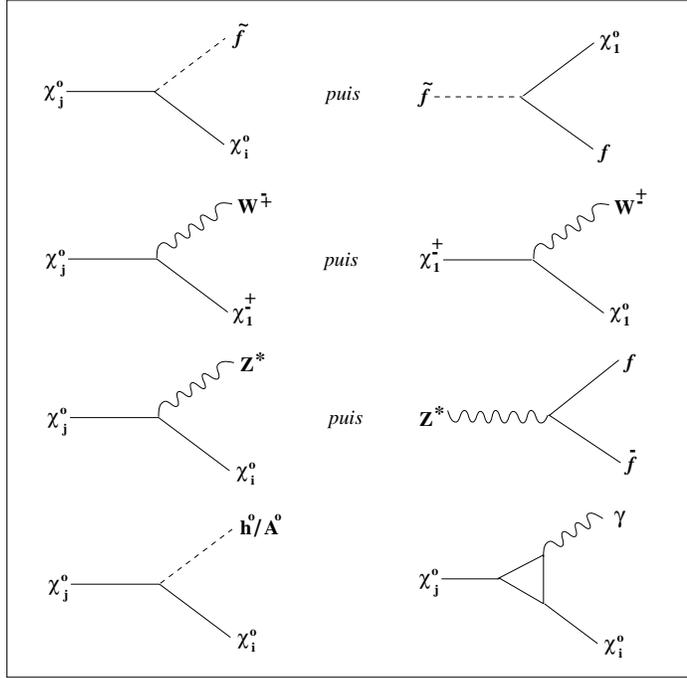


FIG. I.10: Les modes de désintégration des neutralinos.

2. Canal  $\gamma$  :  $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \chi_1^0\chi_2^0 \rightarrow \chi_1^0\chi_1^0\gamma$

L'état final est alors constitué uniquement d'un photon dans l'état final. Ce canal est complémentaire du précédent, en particulier si le  $\chi_1^0$  est essentiellement photino et que les  $\tilde{f}$  sont lourds. La recherche de neutralinos peut aussi être menée dans la voie :

$$e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \chi_2^0\chi_2^0 \rightarrow \chi_1^0\chi_1^0\gamma\gamma$$

l'état final étant alors constitué d'une paire de photons avec de l'énergie manquante.

En conclusion, les neutralinos sont parmi les plus légères des particules supersymétriques et peuvent donc être produites au LEP. De plus, les sections efficaces de production sont fortement dépendantes des paramètres du MSSM et peuvent être suffisamment basses pour n'être observables qu'avec la haute statistique qui a été accumulée après plusieurs années de fonctionnement du LEP.

Dans cette thèse, je décrirai en détail la sélection des événements  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\chi_1^0\chi_1^0$  et succinctement les sélections dans les canaux  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}\chi_1^0\chi_1^0$ ,  $\mu^+\mu^-\chi_1^0\chi_1^0$  et  $\gamma\chi_1^0\chi_1^0$  qui ont été menées par ailleurs dans l'expérience L3. L'interprétation portera sur l'ensemble de ces quatre canaux, la voie  $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-\chi_1^0\chi_1^0$  n'a pas été considérée car les désintégrations des  $\tau$  rendent la sélection difficile et le rapport de branchement du  $Z$  en  $\tau^+\tau^-$  n'est pas suffisant pour justifier l'étude de ce canal.

# Bibliographie

- [1] CDF Collab., Phys. Rev. Lett **75** (1995) 11
- [2] J.F Gunion et al, UCD-89-4, *The Higgs hunter's guide*
- [3] F. Ravndal , CERN School of Physics 1982, *Elementary supersymmetry*
- [4] H.P. Nilles, Phys. Rep. **110** (1984) 1
- [5] M. Sher, Phys. Rep. **179** (1989) 273
- [6] P. Fayet, Nucl. Phys. **B90** (1975) 104
- [7] C. Froese Fisher et al., Phys. Rev. **A24** (1981) 631
- [8] L.J. Hall and M. Suzuki, Nucl. Phys. **B231** (1984) 419
- [9] F. Zwirner, CERN-TH.6792/93
- [10] G.G. Ross, *Grand Unified Theories*, Frontiers in Physics.
- [11] L. Girardello et A. Masiero, Nucl. Phys. **B194** (1982) 65
- [12] U. Amaldi et al., Phys. Lett **B260** (1991) 447
- [13] S.P. Martin et M. Vaughn, Phys. Lett. **B318** (1993) 331
- [14] P. Nath and R. Arnowitt, *SUSY particles*, CERN-TH.7227/94
- [15] M. Drees and S.P. Martin, MADPH-95-879 ou UM-TH-95-02  
*Implications of SUSY model building*
- [16] R. Barbieri and G.F. Giudice, Nucl. Phys. **B306** (1988) 63  
R. Barbieri, Riv. Nuev. Ci. (#4 1988) 11
- [17] V.A. Bednyakov et al, IEKP-KA/94-08 ou hep-ph/9406419.
- [18] S.T. Petcov, Phys. Lett. **139B** (1984) 421
- [19] H. Fraas and T. Wöhrmann, UWITP-94/7 ou UH-511-815-94
- [20] J.Ellis et al, Nucl. Phys. **B238**, 453 (1984)
- [21] G. Kane et al, UM-TH-94-18 ou HEP-PH/9405364
- [22] A. Bartl et al, Nucl Phys. **B278** (1986) 1  
*Production and decay of neutralinos in  $e^+e^-$  annihilation*
- [23] J. Rosiek, Phys. Rev. **D41** (1990) 3464  
*Complete set of Feynman rules for the MSSM*  
J. Rosiek, HEP-PH/9511250 ou KA-TP-8-1995, Erratum to Phys. Rev. **D41** (1990) 3464
- [24] H. Haber et D. Wyler, Nucl. Phys. **B323** (1989) 267  
*Radiative neutralino decay*

